Détermination des poids des critères interactifs à partir d'un ensemble de référence*

Marc Roubens
University of Liege - Institute of Mathematics
Sart-Tilman - B37- B 4000 Liège, Belgium
Jean-Luc Marichal
University of Liege - Faculty of Economy
Sart-Tilman - B31- B 4000 Liège, Belgium

Dans la théorie de l'utilité classique (MAUT), l'utilité U du décideur attachée à chaque action potentielle a vaut

$$U(a) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j U_j(a)$$

où $U_j(a)$ représente une utilité normalisée d'une action a relative au critère j, $j = 1, \ldots, n$.

Cette formule peut être étendue au cas où les critères sont interactifs à l'aide d'une intégrale de Choquet :

$$U(a) = \sum_{j=1}^{n} [U_{(j)}(a) - U_{(j-1)}(a)]\omega(A_{(j)})$$

où $\cdot_{(j)}$ indique que les indices ont été permutés de façon que

$$0 = U_{(0)}(a) \leq U_1(a) \leq \cdots \leq U_{(n)}(a) \quad \text{et} \quad A_{(i)} := \{(i), \ldots, (n)\}.$$

On observe que l'on a substitué aux poids des critères (supposés alors indépendants) ω_j ($\omega_j \geq 0, \sum_j \omega_j = 1$) les poids relatifs à toute coalition de critères interactifs $\omega(i_1, \ldots, i_k)$, $1 \leq k \leq n$, $\omega(\emptyset) = 0$.

Le problème de la détermination des poids des coalitions de critères se résout à partir du rangement des actions d'un ensemble de référence (chaque action est considérée comme un tout, sans décomposition entre critères) d'un ordre sur l'ensemble des valeurs attachées à chaque critère et d'un préordre partiel sur les interactions entre paires de critères ainsi que de la connaissance du caractère indépendant (pas d'interaction), redondant (interaction négative) ou synergique (interaction positive) des interactions entre les paires de critères.

Une interaction double entre i et j dans un modèle où les interactions d'ordre supérieur sont supposées nulles (modèles 2-additifs) est fourni par (Grabisch et Roubens, 1996, 1997)

$$I(i,j) = \omega(i,j) - \omega(i) - \omega(j) + \omega(\emptyset)$$

alors que la valeur (valeur de Shapley identique à la valeur de Banzhaf) attachée à un critère i vaut

$$I(i) = \omega(i) + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} I(i,j).$$

Dans ce cas particulier,

$$U(a) = \sum_{i} \omega(i) U_i(a) + \sum_{i,j \subset N} I(i,j)[U_i(a) \wedge U_j(a)].$$

La détermination de $\omega(i)$ et $I(i,j)$ s'obtient par la résolution d'un programme linéaire.

Mots clés : décision multicritère, critères interactifs, intégrale de Choquet.

*Communication présentée à l'occasion des Deuxièmes Journées Francophones de Recherche Opérationnelle, Francoro II, à Sousse, Tunisie, 6-8 avril 1998.