



ROADEF'99

Deuxième congrès de la société Française
de Recherche Opérationnelle
et Aide à la Décision

Autrans, Grenoble, 13-15 Janvier 1999



Session Ve1D : Multicritèrep129

Chairman : **Bernard Roy**

- **Daniel Vanderpooten**, Riad Azibi : *L'agrégation de conséquences dispersées pour la construction de critères : l'étude d'aménagement Loire moyenne*p130
- **Nathalie Molines** : *La géomatique et les méthodes d'analyse multicritère : des outils d'aide à la décision pour l'évaluation environnementale des grandes infrastructures linéaires*p131
- **Samia Ould-Ali** : *Rangement à partir des scores et écart entre scores de Borda : quelle différence ?*p132

10h30 - 12h15 : Session Ve2

Session Ve2A : Aide multicritère à la décision.....p133

(organisée par Denis Bouyssou)

Chairman : **Denis Bouyssou**

- **Raymond Bisdorff**, Odile Foucaut : *Application des outils de l'informatique décisionnelle aux données statistiques de la Sécurité Sociale*p134
- **Jean-Luc Marichal** : *L'intégrale de Choquet en tant qu'outil permettant d'agréger des utilités en présence de points de vue interactifs*p135
- **Bernard Roy** : *Recherche de compromis entre désirs individuels et contraintes collective : modélisation et logiciel*p136
- **Sylvain Durand** : *La polydiversité : une nouvelle façon de comparer les conditions de transitivité de la méthode majoritaire* p137

Session Ve2B : Systèmes de production.....p138

Chairman : **Lionel Dupont**

- **Francis de Véricourt**, Fikri Karaesmen, Yves Dallery : *Pilotage des systèmes de production multiproduits à flux tiré*p139
- **Lyès Benyoucef**, Yannick Frein, Bernard Penz, Stein W. Wallace : *Comparaison d'heuristiques pour un problème d'ordonnancement dynamique*p140
- **Chengbin Chu** : *Placement en une dimension : algorithmes approchés et analyse dans le pire cas*p141
- **Ahmer Benasser**, Pascal Yim : *Ordonnancement basé sur la recherche de marquages accessibles dans les réseaux de Petri et sur la résolution de contraintes*p142

Session Ve2C : Multiflots.....p143

Chairman : **Alain Billionnet**

- **Arnaud Knippel**, Virginie Gabrel, Michel Minoux : *Heuristiques pour le problème du multiflot à coût min avec fonctions de coût en escalier*p144
- **Sébastien Bertrand**, Alexandre Laugier : *L'algorithme du Martin-pêcheur pour les problèmes de multiflots en variables mixtes*p145
- **Thanh Quang Nguyen**, Pham Dinh Toa : *Modélisation et optimisation D.C. en optimisation dans les réseaux. Applications : Dimensionnement optimal d'un réseau et problème de réalisation de graphe*.....p146
- **Philippe Mahey**, H.P.L Luna : *Une borne inférieure pour l'optimisation globale de problèmes de conception de réseaux*.....p147

L'intégrale de Choquet en tant qu'outil permettant d'agrèger des utilités en présence de points de vue interactifs

Jean-Luc Marichal

Faculté d'Economie, Université de Liège

Sart Tilman - B31 - 4000 Liège, Belgique

e-mail: JL.Marichal@ulg.ac.be

Soient un ensemble d'actions $A = \{a, b, c, \dots\}$ et un ensemble de critères $N = \{1, \dots, n\}$ dans un problème d'aide multicritère à la décision. A chaque action $a \in A$ est associé un profil $x(a) = (x_1(a), \dots, x_n(a)) \in \mathbb{R}^n$ où $x_i(a)$ représente l'utilité de a par rapport au critère i , avec $x_i(a) \in E_i \subseteq \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$. Nous supposons que toutes les utilités $x_i(a)$ sont définies sur une même échelle d'intervalles ($E_i = E \forall i$).

Supposons que les préférences sur A soient connues à l'avance et exprimées par le décideur au moyen d'une relation binaire \succeq . Dans le modèle classique de l'utilité multiattribut (MAUT), le problème consiste à construire une fonction d'utilité $U : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ représentant les préférences du décideur, c'est à dire telle que

$$a \succ b \Leftrightarrow U[x(a)] > U[x(b)], \quad \forall a, b \in A.$$

Le sous-ensemble $S \subseteq N$ est dit *préférentiellement indépendant* de $N \setminus S$ si, pour tout $x_S, y_S \in E_S$ et tout $x_{N \setminus S}, z_{N \setminus S} \in E_{N \setminus S}$, nous avons

$$(x_S, x_{N \setminus S}) \succeq (y_S, x_{N \setminus S})$$

\Updownarrow

$$(x_S, z_{N \setminus S}) \succeq (y_S, z_{N \setminus S}).$$

L'ensemble des critères N est dit *mutuellement préférentiellement indépendant* si S est préférentiellement indépendant de $N \setminus S$ pour tout $S \subseteq N$.

Dans certains problèmes, ce principe pourrait être violé, comme on peut le voir dans l'exemple suivant

	prix	consommation	confort
voit. 1	10.000 Euro	10 l/100 km	très bon
voit. 2	10.000 Euro	9 l/100 km	bon
voit. 3	30.000 Euro	10 l/100 km	très bon
voit. 4	30.000 Euro	9 l/100 km	bon

Le décideur pourrait préférer la voiture 2 à la voiture 1, mais aussi la voiture 3 à la voiture 4.

Nous savons que ce principe est une condition nécessaire pour que la fonction d'utilité soit additive, c'est à dire pour qu'il existe un vecteur poids $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n) \in [0, 1]^n$ vérifiant $\sum_i \omega_i = 1$ tel que

$$U[x(a)] = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i(a), \quad \forall a \in A.$$

Lorsqu'il y a des critères interactifs, cette moyenne arithmétique pondérée peut être étendue à une intégrale de Choquet:

$$U[x(a)] = \sum_{i=1}^n x_{(i)}(a) [\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})],$$

où (\cdot) indique une permutation telle que $x_{(1)}(a) \leq \dots \leq x_{(n)}(a)$. Aussi, $A_{(i)} = \{(i), \dots, (n)\}$, et $A_{(n+1)} = \emptyset$. Nous observons ainsi que les poids ω_i relatifs aux critères, qui étaient supposés indépendants, ont été substitués par les poids $\mu(i_1, \dots, i_k)$ relatifs à toute combinaison de critères interactifs.

Considérons les fonctions d'agrégation $M_\mu : E^n \rightarrow \mathbb{R}$. Ces fonctions s'identifient aux intégrales de Choquet lorsque les quatre conditions suivantes sont satisfaites:

- *linéarité par rapport à μ* : il existe des fonctions $g_T : E^n \rightarrow \mathbb{R}$, $T \subseteq N$, telles que

$$M_\mu(x) = \sum_{T \subseteq N} \mu(T) g_T(x),$$

- *croissance sur chaque argument*,
- *stabilité pour les transformations linéaires positives*: pour tout $r > 0$ et $s \in \mathbb{R}$,

$$M_\mu(r x + s) = r M_\mu(x) + s,$$

- *extension de μ* :

$$M_\mu(e_T) = \mu(T), \quad T \subseteq N,$$

où e_T est le vecteur d'incidence de T in $\{0, 1\}^n$.