

Chapitre VI

ANALYSE DES TAXONOMIES EXISTANTES

6.1 Démarche méthodologique

Dans un premier temps, nous allons effectuer une représentation spatiale de nos propres données, en nous servant d'un modèle d'échelonnement multidimensionnel (*multidimensional scaling*) dont l'objectif consiste à représenter des données de proximité sous forme de distances, dans un espace euclidien possédant un nombre restreint de dimensions ; cette procédure nous permettra d'avoir une première approche des possibilités de regroupement psychologiquement signifiants en 2,3 ou 4 dimensions.

Nous positionnons ensuite nos items par rapport aux taxonomies existantes, en les classant dans les catégories de ces taxonomies, d'après les définitions données par les auteurs. Nous présentons les graphiques montrant la configurations spatiale du regroupement des items d'après les différentes catégories, ce qui nous donne un premier aperçu sur la capacité des différentes taxonomies de réaliser une classification en dimensions séparables, correspondant à nos données.

Il faut cependant remarquer qu'il est difficile de juger de la composition factorielle d'un test seulement en analysant les scores obtenus par une certaine population. Le problème est que, compte tenu de son procédé de fabrication, de ses présupposés théoriques et d'autres aspects, un test mesure souvent plus d'un facteur, respectivement un facteur différent de celui qu'il est censé mesurer. Des tests qui portent sur des séries de nombres, par exemple, peuvent mettre l'accent sur des

raisonnements inductifs, des raisonnements déductifs ou bien des raisonnements quantitatifs, selon le genre de problèmes qu'ils contiennent. De même, des tests portant sur les analogies verbales sont supposés mesurer des raisonnements inductifs, seulement si les analogies présentées correspondent à des problèmes relativement difficiles ; sinon ils pourraient mesurer seulement l'étendue du vocabulaire. L'analyse factorielle est seulement capable de classer et d'identifier des facteurs séparés, si la batterie de test contient un échantillon adéquat d'items mesurant chaque facteur. Dans notre cas, les épreuves standardisées qu'on analyse ont été construites surtout d'après des critères de conformité au programme scolaire. Cela implique qu'elles ne contiennent pas forcément assez d'items de chaque type pour pouvoir identifier tous les facteurs influançant la compétence mathématique des élèves se situant dans la tranche d'âge de 12 ans.

6.2 L'échelonnement multidimensionnel de nos données

Nous avons utilisé le logiciel SPSS pour faire un échelonnement multidimensionnel des similarités entre les items constituant la banque d'items de notre logiciel et provenant des données de l'épreuve standardisée en mathématique de novembre 1996, faisant partie de la nouvelle procédure de passage entre le primaire et le post-primaire au Luxembourg. Nous avons effectué un échelonnement en 2, 3 et 4 dimensions. Le logiciel SPSS nous donne deux indicateurs d'adéquations du modèle, le stress et le RSQ.

- Le stress est calculé d'après la formule de Kruskal (1964a, 1964b). Si le stress est inférieur à 0,2 les données peuvent être adéquatement représentées par le modèle.
- Le RSQ représente la proportion de la variance des dissimilarités expliquée par les distances relatives des points dans l'espace euclidien. Un RSQ proche de 1 est donc favorable.

En deux dimensions, on trouve un stress de 0,13363 et un RSQ de 0,94611. La représentation des items dans l'espace euclidien à deux dimensions est la suivante :

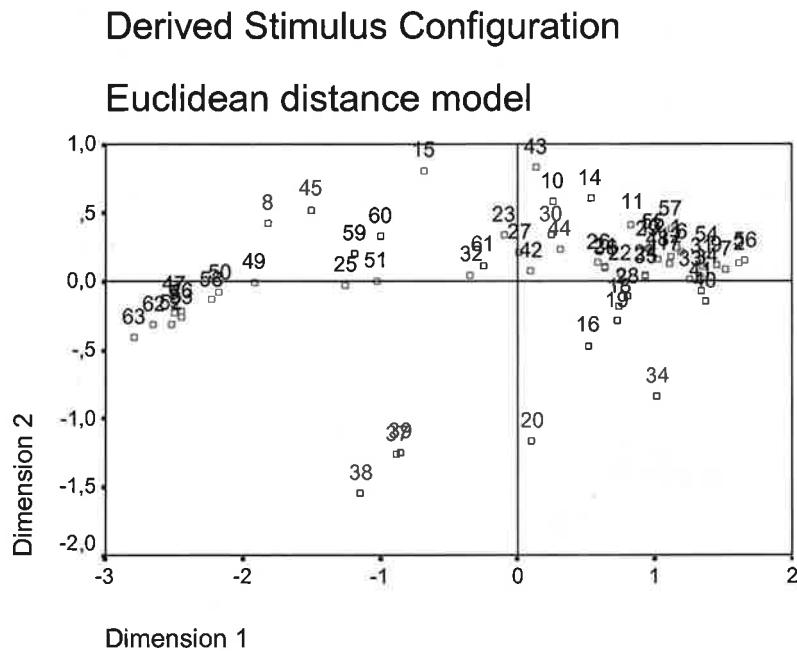


Figure 6.1 : Représentation des items en deux dimensions.

En trois dimensions, on trouve un stress de 0,10915 et un RSQ de 0,95979. La représentation des items dans l'espace euclidien à trois dimensions est la suivante :

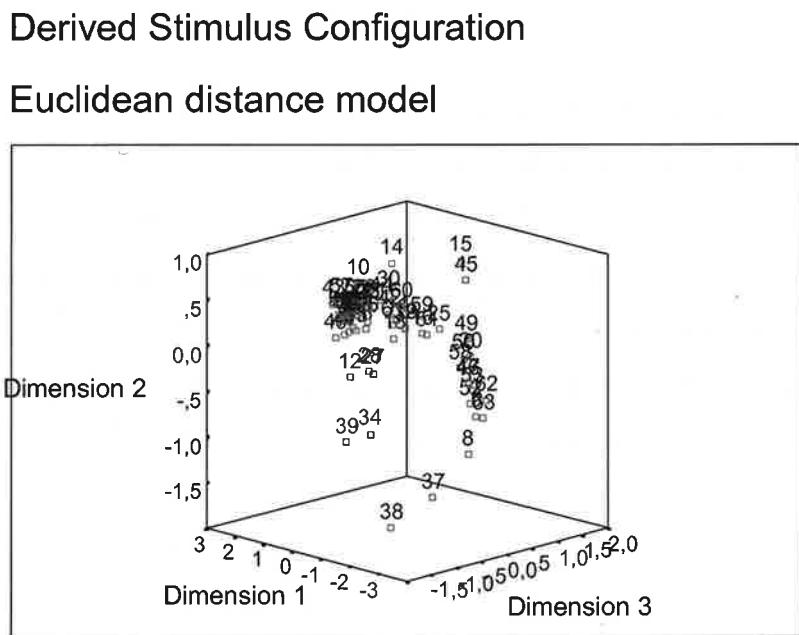


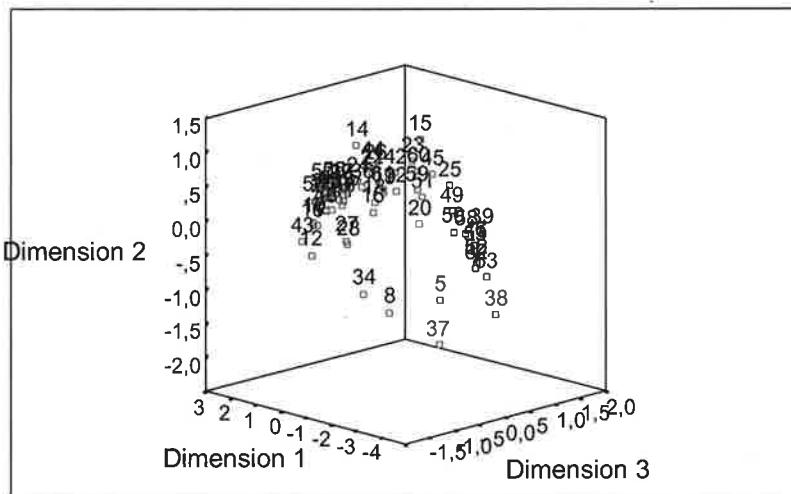
Figure 6.2 : Représentation des items en trois dimensions.

En quatre dimensions, le stress est de 0,09144 et le RSQ de 0,96814. Puisqu'il n'est pas possible de faire une représentation graphique en quatre dimensions de façon

satisfaisante, nous donnons ici la représentation des items dans les trois premières dimensions de l'espace euclidien à quatre dimensions.

Derived Stimulus Configuration

Euclidean distance model



Item	1.coordonnée	2. coordonnée
1	1,1582	0,2396
2	1,6168	0,1305
3	1,3397	0,0205
4	1,4177	0,0323
5	-2,5006	-0,2283
6	1,1949	0,2115
7	1,5212	0,0901
8	-1,8101	0,4191
9	1,4547	0,1161
10	0,2632	0,5767
11	0,8303	0,4173
12	1,1175	0,1796
13	0,9669	0,2487
14	0,5310	0,6027
15	-0,6826	0,8044
16	0,5129	-0,4748
17	1,1073	0,1277
18	0,7362	-0,1896
19	0,7209	-0,2895
20	0,1093	-1,1628
21	0,6452	0,1044
22	0,7520	0,0526
23	-0,0952	0,3405
24	0,9352	0,0505
25	-1,2490	-0,0256
26	0,5888	0,1390
27	0,0127	0,2107
28	0,7990	-0,1115
29	0,9496	0,2363
30	0,2530	0,3374
31	1,3468	0,1106

32	-0,3398	0,0437
33	1,2602	0,0146
34	1,0204	-0,8393
35	0,9381	0,0364
36	0,6418	0,1004
37	-0,8736	-1,2594
38	-1,1368	-1,5362
39	-0,8460	-1,2403
40	1,3709	-0,1420
41	1,3404	-0,0708
42	0,0985	0,0741
43	0,1348	0,8314
44	0,3124	0,2358
45	-1,4973	0,5211
46	-2,4458	-0,2189
47	-2,5009	-0,1631
48	1,0247	0,1614
49	-1,9157	-0,0112
50	-2,1733	-0,0789
51	-1,0262	0,0064
52	-2,5223	-0,3061
53	-2,4486	-0,2625
54	1,3776	0,1909
55	0,9875	0,2809
56	1,6574	0,1464
57	1,1209	0,3764
58	-2,2280	-0,1308
59	-1,1826	0,2035
60	-0,9950	0,3269
61	-0,2493	0,1118
62	-2,6533	-0,3093
63	-2,7946	-0,4101

Tableau 6.1 : Coordonnées des items dans l'espace à deux dimensions.

6.3 Analyse des taxonomies existantes

Nous avons élaboré un tableau donnant l'appartenance des items aux différentes catégories des taxonomies présentées dans le chapitre quatre, ensuite nous représentons les items de notre banque de données dans les classes des différentes taxonomies dans l'espace à deux dimensions, d'après le modèle de base de l'échelonnement multidimensionnel. Remarquons qu'on a laissé de côté la taxonomie établi par Carroll, parce qu'elle est construite d'une manière que la plupart des items appartiennent à plusieurs classes.

6.3.1 Appartenance de nos items aux différentes taxonomies analysées

Items	Bloom ¹	Taxonomies					
		ISAM		NLSMA ²	Pellerey ³	TIMSS	
		Com. ⁴	cont. ⁵			com. ⁶	cont. ⁷
1	7	2	1	1	1	2	1
2	7	2	1	1	1	2	1
3	7	2	1	1	1	2	1
4	7	2	1	1	1	2	1
5	1	2	1	1	1	1	1
6	7	2	1	1	1	2	1
7	7	2	1	1	1	3	1

¹ Bloom : 1 = connaissance de détails, 4 = traduction, 5 = interprétation, 7 = application, 8 = analyse d'éléments, 9 = analyse de relations, 10 = analyse de principes d'organisation, 14 = jugement en termes d'évidence interne.

² NLSMA : 1 = calcul, 2 = compréhension, 3 = application, 4 = analyse.

³ Pellerey : 1 = connaissance d'éléments isolés, 2 = connaissance avec compréhension de concepts, 3 = construction de concepts et d'organisations, 4 = résolution de problèmes, 5 = jugement.

⁴ ISAM comportement : 1 = rappel et reproduction, 2 = calcul et manipulation de symboles, 4 = interprétation de données symboliques, 7 = résolution de problèmes mathématiques, 8 = résolution de problèmes non mathématiques, 9 = analyse des problèmes et détermination des opérations nécessaires.

⁵ ISAM contenu : 1 = arithmétique, 2 = algèbre, 3 = géométrie, 5 = analyse, 6 = aspects généraux.

⁶ TIMSS comportement : 1 = savoir, 2 = utiliser des procédures de routine, 3 = résoudre des problèmes, 4 = raisonner.

⁷ 1 = nombres entiers, 2 = fractions et proportionnalité, 3 = mesure, estimation et sens des nombres, 4 = représentation de données, analyse et probabilités, 5 = géométrie, 6 = structures, relations et fonctions.

8	7	2	1	1	1	3	1
9	7	2	1	1	1	3	1
10	7	2	1	1	1	3	1
11	7	2	1	1	1	2	1
12	7	2	1	1	1	2	1
13	7	2	1	1	1	2	1
14	5	7	1	2	2	2	1
15	5	7	1	2	2	3	3
16	4	7	5	2	2	3	2
17	4	7	5	2	2	3	2
18	4	7	5	2	2	3	2
19	4	7	5	2	2	3	2
20	4	7	5	2	2	3	2
21	4	7	5	2	2	3	2
22	4	4	7	2	2	3	3
23	4	4	7	2	2	3	3
24	4	4	7	2	2	3	3
25	4	4	7	2	2	3	3
26	4	4	7	2	2	3	3
27	7	2	1	1	1	2	1
28	7	2	1	1	1	2	1
29	7	2	1	1	1	1	1
30	9	7	1	2	2	4	1
31	7	2	1	1	1	4	2
32	9	7	1	3	3	4	2
33	9	4	5	2	2	1	2
34	9	4	5	2	2	3	2
35	9	8	1	2	2	4	6
36	9	8	1	2	2	4	6
37	5	7	1	3	5	1	1
38	5	7	1	3	5	1	1

39	5	7	3	2	5	1	5
40	5	7	3	2	5	1	5
41	5	7	3	2	5	1	5
42	9	7	3	3	3	4	5
43	9	2	1	3	3	3	1
44	8	2	5	2	2	1	3
45	14	8	3	2	2	3	5
46	4	4	5	2	2	3	2
47	4	4	5	2	2	3	2
48	4	4	5	2	2	3	4
49	4	4	5	2	2	3	4
50	9	9	3	4	4	2	5
51	7	2	3	3	2	2	5
52	7	7	3	3	2	2	5
53	9	9	3	4	4	3	5
54	7	2	2	1	1	3	4
55	7	2	2	1	1	3	4
56	7	1	3	1	1	1	5
57	7	2	3	1	1	2	3
58	4	1	3	1	1	1	5
59	7	1	3	2	2	4	5
60	9	7	3	3	3	2	3
61	5	1	3	2	2	1	5
62	10	9	6	4	4	4	4
63	10	9	6	4	4	4	4

Tableau 6.2 : Appartenance des items aux différentes dimensions des taxonomies

6.3.2 Echelonnement multidimensionnel de nos données dans les catégories des différentes taxonomies

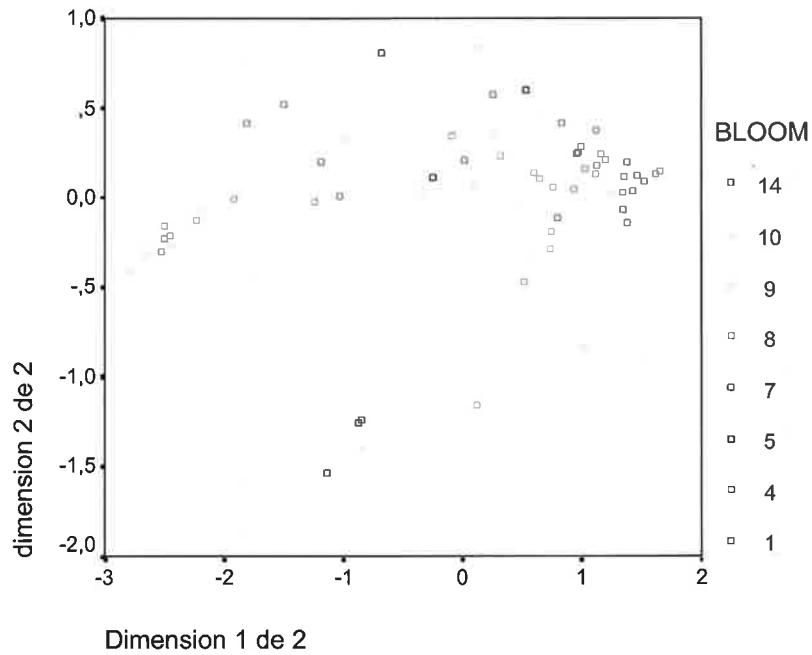


Figure 6.4 : Représentation des classes de la taxonomie de Bloom.

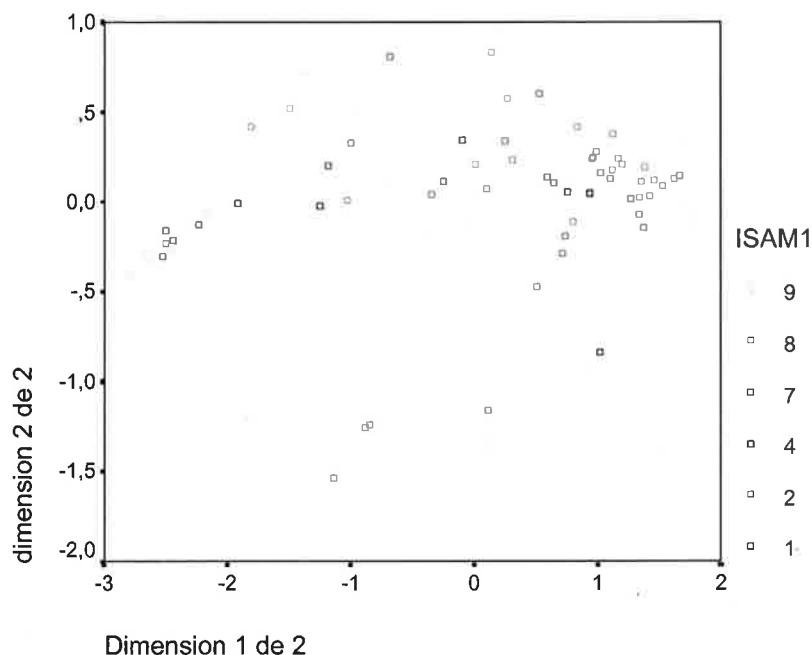


Figure 6.5 : Représentation des classes cognitives de la taxonomie de l'ISAM.

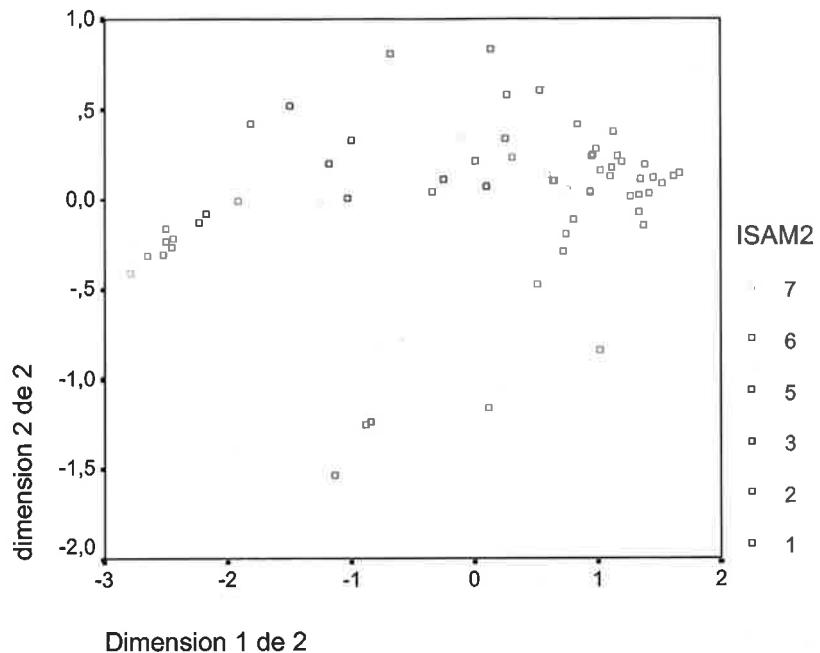


Figure 6.6 : Représentation des classes de contenu mathématique de la taxonomie de l'ISAM.

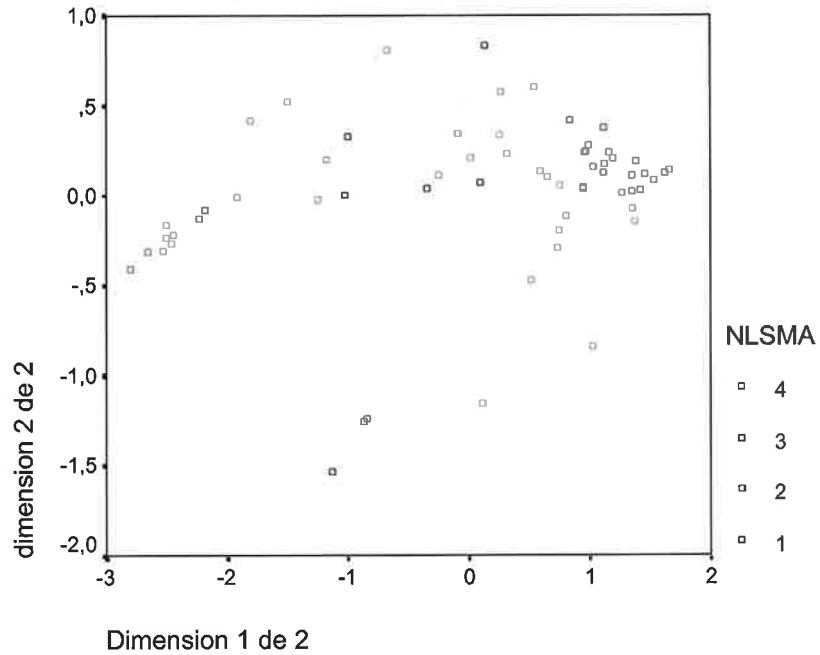


Figure 6.7 : Représentation des classes de la taxonomies de l'NLSMA.

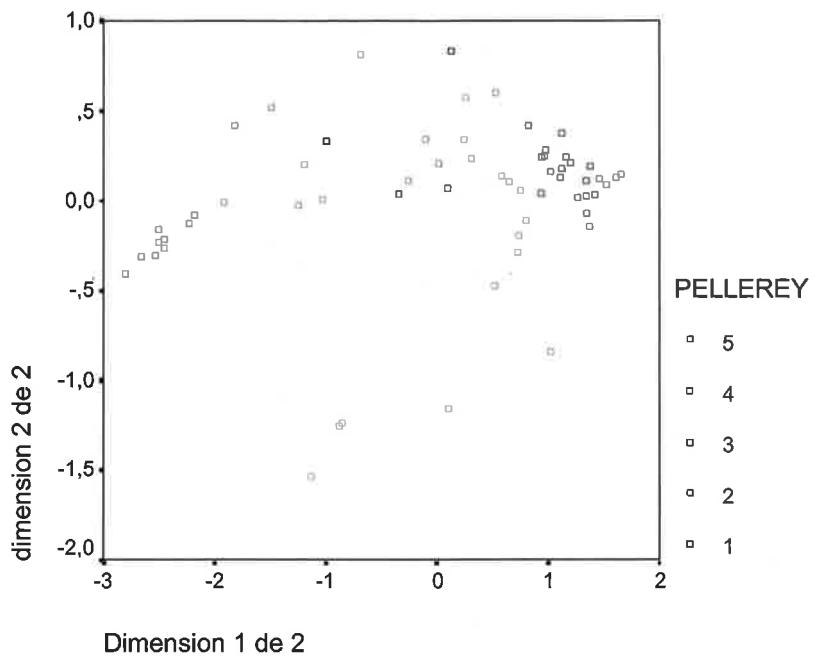


Figure 6.8 : Représentation des classes de la taxonomie de Pellerey.

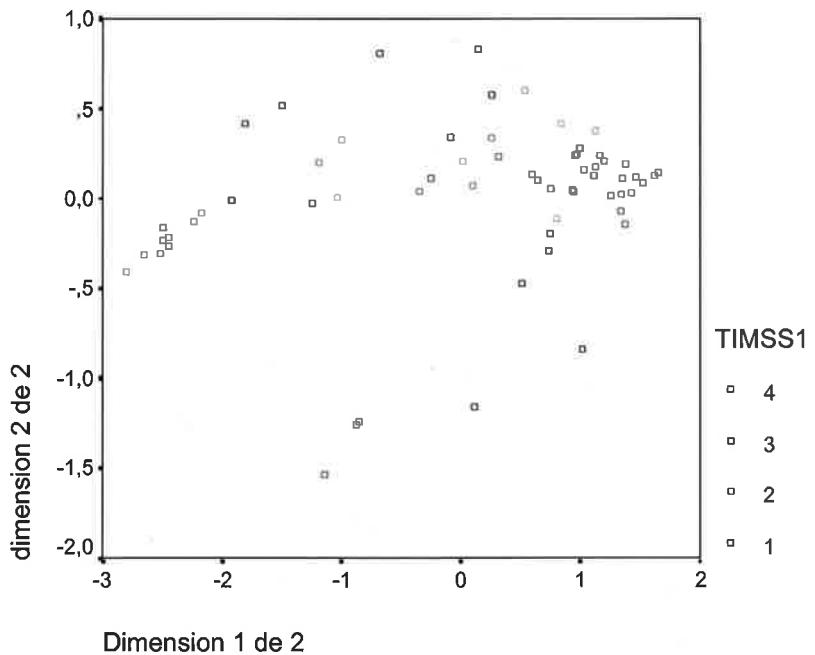


Figure 6.9 : Représentation des classes cognitives de la taxonomie du TIMSS.

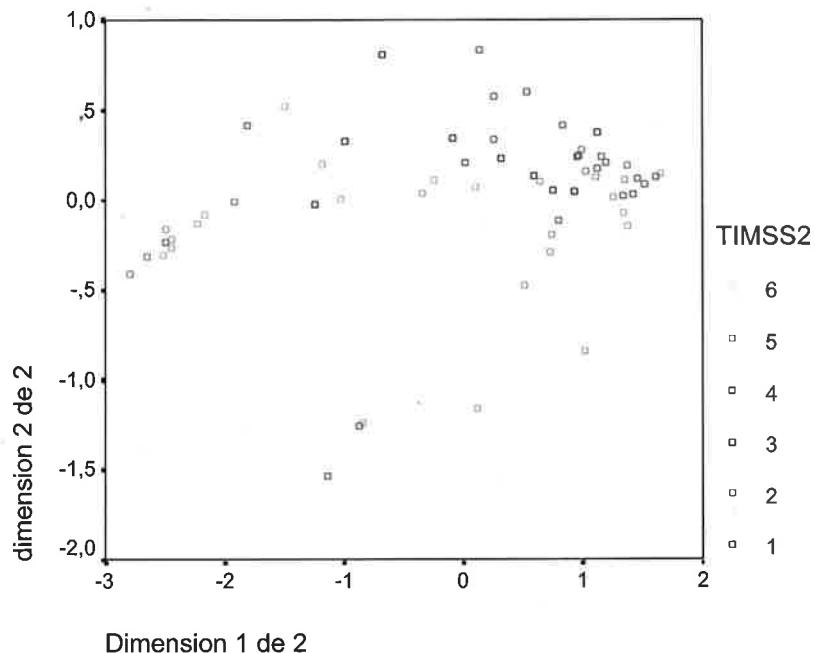


Figure 6.10 : Représentation des classes de contenu mathématique de la taxonomie du TIMSS.

Nous voyons que les taxonomies établies par Bloom, l'ISAM et le TIMSS s'appliquent assez mal aux élèves qui ont participé à l'épreuve standardisée luxembourgeoise de novembre 1996. Les taxonomies établies par Pellerey et l'NLSMA, par contre, sont plus pertinentes par rapport à nos données. La taxonomie de l'NLSMA donnerait même un très bon résultat, si les catégories de compréhension et d'application étaient réunies en une seule.

Chapitre VII

ANALYSE DES RESULTATS DE L'EPREUVE STANDARDISEE

7.1 Analyse hiérarchique ascendante

Nous avons utilisé le logiciel SPSS pour faire une analyse hiérarchique ascendante de la banque d'items d'après laquelle nous avons construit notre logiciel. La base de données pour cette analyse a comporté comme variables les 63 items qui constituent la banque d'items de notre test. Ces variables sont des variables dichotomiques ; en effet, nous avons codé par 0 une mauvaise réponse à l'item considéré et par 1 une bonne réponse et ceci pour chacun des 3590 élèves qui ont effectué la version papier-crayon du test.

Comme indice de dissimilarité, nous avons utilisé la distance euclidienne au carré pour variables binaires, procédure qui fournit l'indice de dissimilarité d'après la méthode standard pour des variables binaires. Nous avons demandé au logiciel de nous donner l'appartenance des items aux groupes constitués pour un nombre de groupes (*clusters*) variant entre 2 et 9. Nous avons effectué cette analyse au moyen de deux méthodes différentes de constitution des groupes, à savoir par la méthode du saut moyen entre les groupes, ainsi que par la méthode de Ward.

Les schémas d'agglomération obtenus par ces 2 méthodes sont les suivants :

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	46	47	142,000	0	0	15
2	2	56	369,000	0	0	3
3	2	7	483,500	2	0	4
4	2	9	529,333	3	0	6
5	54	55	631,000	0	0	16
6	2	40	655,500	4	0	7
7	2	33	701,800	6	0	9
8	62	63	728,000	0	0	15
9	2	4	731,833	7	0	10
10	2	41	779,714	9	0	11
11	2	3	806,500	10	0	13
12	59	60	811,000	0	0	34
13	2	31	828,556	11	0	16
14	35	36	862,000	0	0	31
15	46	62	871,000	1	8	17
16	2	54	879,200	13	5	19
17	46	53	885,000	15	0	20
18	21	24	890,000	0	0	24
19	2	17	900,333	16	0	22
20	46	52	921,600	17	0	28
21	18	19	956,000	0	0	32
22	1	2	975,923	0	19	23
23	1	29	988,643	22	0	25
24	21	26	1010,000	18	0	27
25	1	6	1022,667	23	0	26
26	1	57	1057,875	25	0	29
27	21	22	1066,000	24	0	35
28	46	50	1073,000	20	0	30
29	1	13	1080,177	26	0	31
30	46	58	1096,429	28	0	36
31	1	35	1096,778	29	14	33
32	18	20	1102,000	21	0	50
33	1	48	1129,250	31	0	35
34	59	61	1132,500	12	0	47
35	1	21	1141,810	33	27	38
36	5	46	1146,875	0	30	39
37	27	28	1162,000	0	0	42
38	1	12	1185,000	35	0	41
39	5	49	1200,778	36	0	55
40	23	25	1210,000	0	0	53
41	1	11	1219,654	38	0	46
42	27	30	1260,000	37	0	46
43	32	42	1265,000	0	0	45
44	14	15	1272,000	0	0	57
45	32	44	1281,500	43	0	48
46	1	27	1312,407	41	42	49
47	51	59	1328,000	0	34	48
48	32	51	1359,500	45	47	53
49	1	34	1360,767	46	0	51
50	16	18	1368,667	0	32	51
51	1	16	1372,048	49	50	54
52	37	38	1381,000	0	0	60
53	23	32	1399,286	40	48	59
54	1	10	1407,543	51	0	57
55	5	8	1442,500	39	0	56
56	5	45	1464,182	55	0	60
57	1	14	1475,472	54	44	58
58	1	43	1479,789	57	0	59
59	1	23	1513,470	58	53	62
60	5	37	1600,833	56	52	61
61	5	39	1612,643	60	0	62
62	1	5	1917,122	59	61	0

Tableau 7.1 : Schéma d'agglomération des groupes d'après la méthode du saut moyen

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	46	47	71,000	0	0	47
2	2	56	255,500	0	0	3
3	2	7	516,333	2	0	4
4	2	9	802,000	3	0	9
5	54	55	1117,500	0	0	38
6	40	41	1470,000	0	0	18
7	62	63	1834,000	0	0	15
8	33	34	2225,000	0	0	55
9	2	4	2625,200	4	0	12
10	59	60	3030,700	0	0	32
11	35	36	3461,700	0	0	43
12	2	3	3901,833	9	0	14
13	21	24	4346,833	0	0	24
14	2	31	4810,357	12	0	18
15	53	62	5281,690	0	7	17
16	18	19	5759,690	0	0	25
17	52	53	6238,357	0	15	26
18	2	40	6723,000	14	6	19
19	2	17	7235,900	18	0	28
20	22	26	7750,900	0	0	24
21	28	29	8271,400	0	0	27
22	1	6	8824,900	0	0	28
23	12	13	9384,900	0	0	33
24	21	22	9951,900	13	20	54
25	18	20	10527,233	16	0	59
26	50	52	11117,634	0	17	35
27	27	28	11710,467	0	21	39
28	1	2	12307,400	22	19	40
29	48	57	12911,900	0	0	38
30	23	25	13516,900	0	0	52
31	5	58	14122,400	0	0	35
32	59	61	14742,233	10	0	58
33	11	12	15366,900	0	23	43
34	32	42	15999,400	0	0	37
35	5	50	16632,930	31	26	47
36	14	15	17268,930	0	0	53
37	32	44	17912,430	34	0	46
38	48	54	18565,930	29	5	40
39	27	30	19232,096	27	0	49
40	1	48	19906,637	28	38	55
41	49	51	20588,137	0	0	44
42	37	38	21278,637	0	0	56
43	11	35	22007,770	33	11	49
44	45	49	22745,604	0	41	50
45	10	16	23486,604	0	0	46
46	10	32	24242,803	45	37	48
47	5	46	25005,041	35	1	60
48	10	43	25789,174	46	0	53
49	11	27	26591,762	43	39	54
50	8	45	27397,928	0	44	51
51	8	39	28232,428	50	0	52
52	8	23	29071,428	51	30	56
53	10	14	29914,344	48	36	57
54	11	21	30765,379	49	24	57
55	1	33	31617,559	40	8	61
56	8	37	32589,504	52	42	58
57	10	11	33591,855	53	54	59
58	8	59	34625,660	56	32	60
59	10	18	35755,137	57	25	61
60	5	8	37625,742	47	58	62
61	1	10	39597,949	55	59	62
62	1	5	47707,172	61	60	0

Tableau 7.2 : Schéma d'agglomération des groupes d'après la méthode de Ward.

Ces schémas indiquent la chronologie de la constitution des groupes. Expliquons brièvement ces tableaux. La première colonne est constituée tout simplement du numéro des différentes étapes. La deuxième et la troisième colonne indiquent les numéros des 2 groupes qui se sont agglomérés au cours de l'étape considérée, tandis que la quatrième colonne donne le coefficient de dissimilarité entre ces 2 groupes. La cinquième et la sixième colonne indiquent les étapes au cours desquelles les 2 groupes agglomérés dans l'étape courante ont été traités pour la première fois et la dernière colonne renvoie à la prochaine étape, au cours de laquelle le nouveau groupe formé va de nouveau entrer en jeu.

Si l'on compare les deux méthodes, on voit que les 5 premières étapes sont exactement pareilles. Dans la sixième étape, par contre, le regroupement d'après la méthode du saut moyen entre les groupes implique le regroupement des groupes numéro 2 et 40, alors que d'après la méthode de Ward, on regroupe les groupes 40 et 41. Cela ne change cependant rien au résultat final, si on se limite à un nombre de groupes compris entre 2 et 9. En effet, en utilisant la méthode du saut moyen entre les groupes, le groupe 41 est aggloméré lors de la dixième étape au groupe formé lors de la sixième étape et en utilisant la méthode de Ward, le groupe 2 est aggloméré lors de la dix-huitième étape au groupe formé précédemment.

Pour décider quel est le nombre réaliste de groupes, on examine les sauts dans les coefficients de dissimilarité. Or, dans les deux méthodes, le seul saut un peu plus grand se produit entre la 61-ème et la 62-ème étape (de 1612,643 à 1917,122 pour la méthode des sauts moyens et de 39597,949 à 47757,172 pour la méthode de Ward. Cela indique que la structure naturelle associée à nos données est une classification en deux groupes.

L'ordinateur nous sort également la répartition des items en groupes sous l'hypothèse d'existence de 2 à 9 groupes. Les tableaux 7.3 et 7.4 donnent cette répartition pour la répartition effectuée d'après la méthode des sauts moyens entre groupes, respectivement d'après la méthode de Ward.

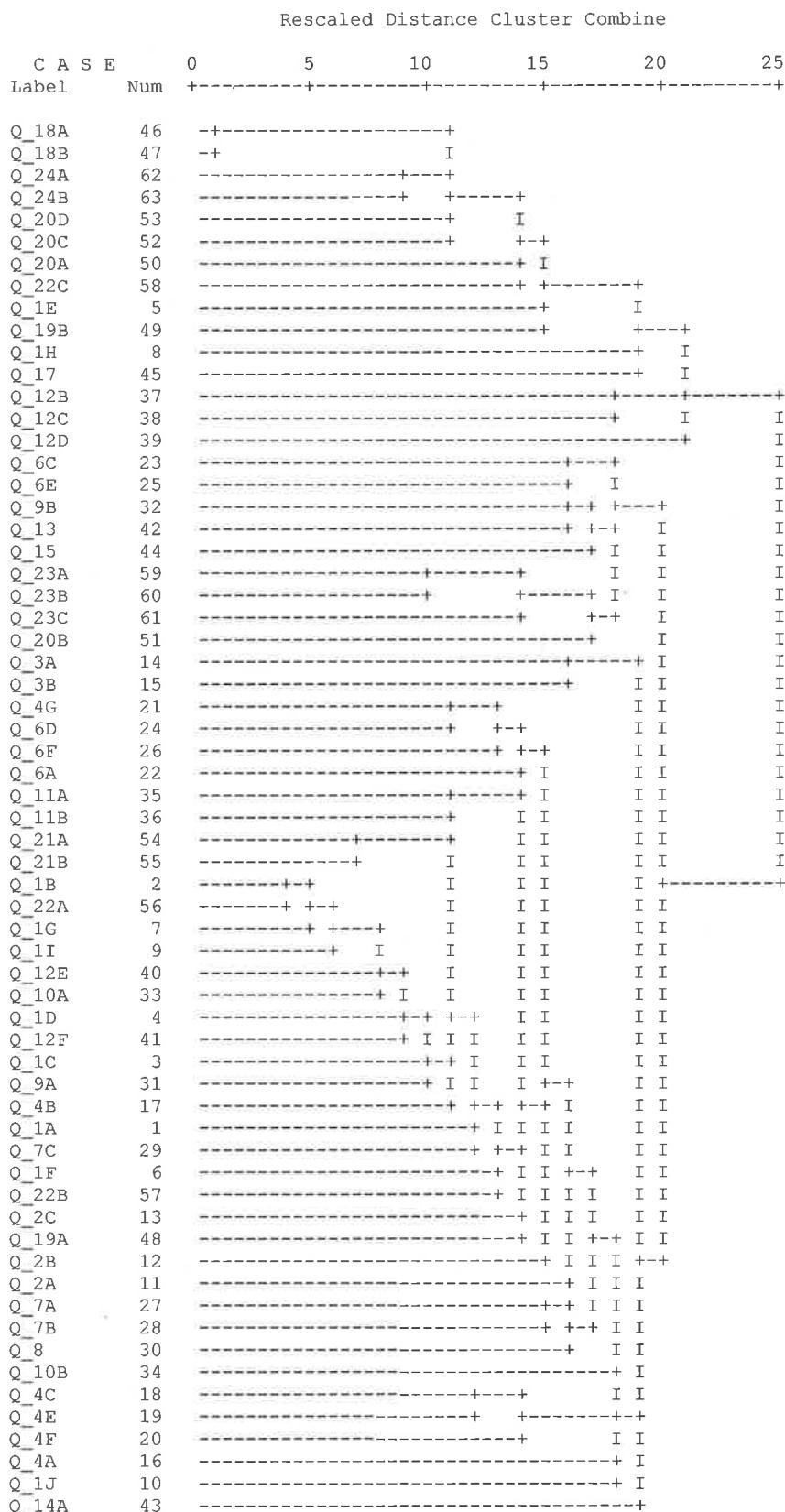
Ensuite, nous allons montrer les dendogrammes représentant graphiquement ces résultats pour les deux méthodes de calcul utilisées.

Case	Cluster Membership								
	9 Clusters	8 Clusters	7 Clusters	6 Clusters	5 Clusters	4 Clusters	3 Clusters	2 Clusters	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	3	2	2	2	2	2	2	2	2
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	4	3	3	1	1	1	1	1	1
15	4	3	3	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	5	4	4	3	3	1	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	5	4	4	3	3	1	1	1	1
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	5	4	4	3	3	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	6	5	5	4	4	3	2	2	2
38	6	5	5	4	4	3	2	2	2
39	7	6	6	5	5	4	3	2	2
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
42	5	4	4	3	3	1	1	1	1
43	8	7	7	6	1	1	1	1	1
44	5	4	4	3	3	1	1	1	1
45	9	8	2	2	2	2	2	2	2
46	2	2	2	2	2	2	2	2	2
47	2	2	2	2	2	2	2	2	2
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
49	2	2	2	2	2	2	2	2	2
50	2	2	2	2	2	2	2	2	2
51	5	4	4	3	3	1	1	1	1
52	2	2	2	2	2	2	2	2	2
53	2	2	2	2	2	2	2	2	2
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1
55	1	1	1	1	1	1	1	1	1
56	1	1	1	1	1	1	1	1	1
57	1	1	1	1	1	1	1	1	1
58	2	2	2	2	2	2	2	2	2
59	5	4	4	3	3	1	1	1	1
60	5	4	4	3	3	1	1	1	1
61	5	4	4	3	3	1	1	1	1
62	2	2	2	2	2	2	2	2	2
63	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Tableau 7.3 : Répartition des items en groupes d'après la méthode du saut moyen entre les groupes.

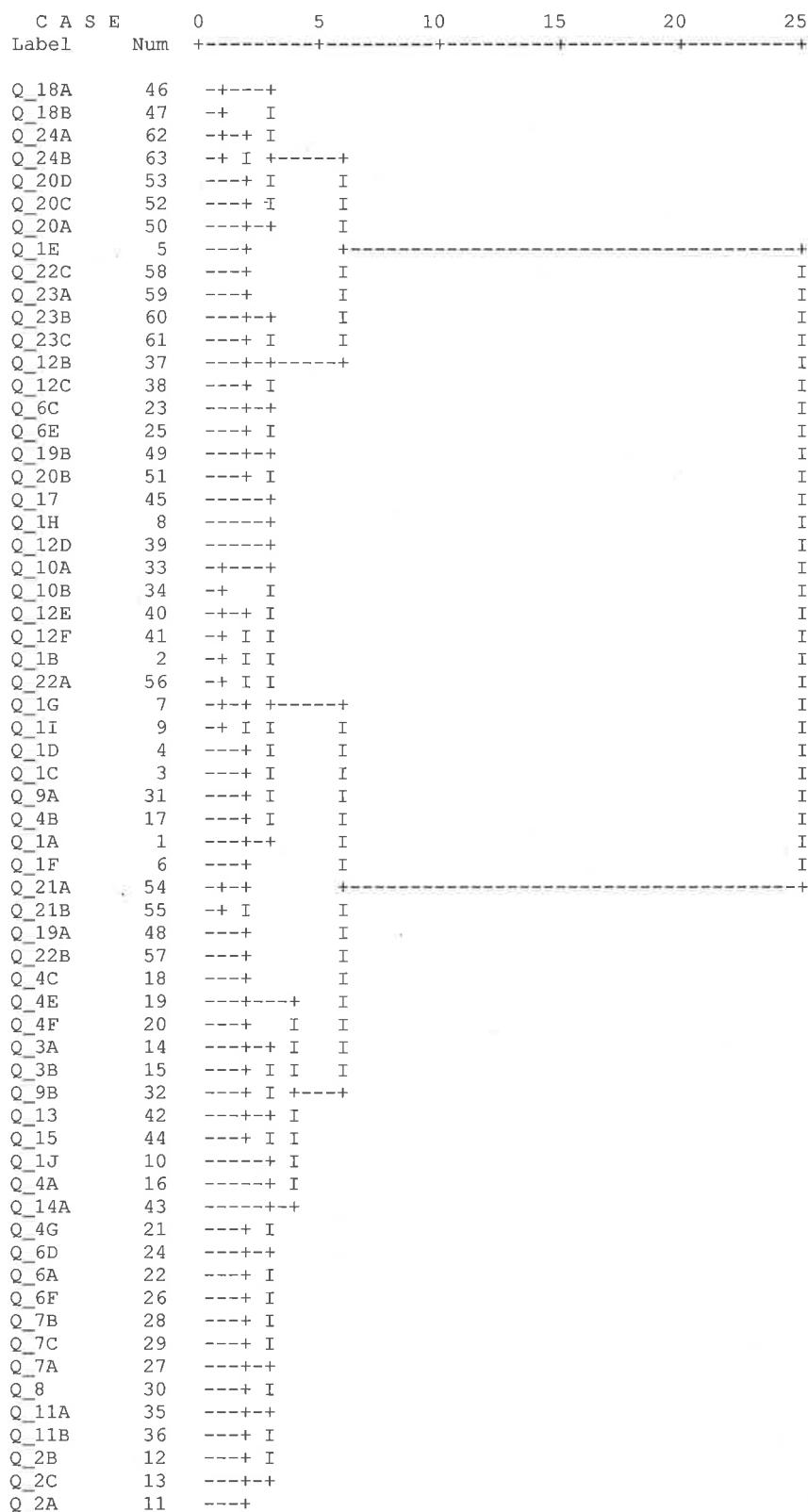
Case	Cluster Membership								
	9 Clusters	8 Clusters	7 Clusters	6 Clusters	5 Clusters	4 Clusters	3 Clusters	2 Clusters	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	3	3	3	3	3	3	2	2	2
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	4	4	4	4	4	4	3	3	1
11	5	5	5	4	4	4	3	3	1
12	5	5	5	4	4	4	3	3	1
13	5	5	5	4	4	4	3	3	1
14	4	4	4	4	4	4	3	3	1
15	4	4	4	4	4	4	3	3	1
16	4	4	4	4	4	4	3	3	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	6	6	6	5	5	4	3	3	1
19	6	6	6	5	5	4	3	3	1
20	6	6	6	5	5	4	3	3	1
21	5	5	5	4	4	4	3	3	1
22	5	5	5	4	4	4	3	3	1
23	3	3	3	3	3	3	2	2	2
24	5	5	5	4	4	4	3	3	1
25	3	3	3	3	3	3	2	2	2
26	5	5	5	4	4	4	3	3	1
27	5	5	5	4	4	4	3	3	1
28	5	5	5	4	4	4	3	3	1
29	5	5	5	4	4	4	3	3	1
30	5	5	5	4	4	4	3	3	1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	4	4	4	4	4	4	3	3	1
33	7	1	1	1	1	1	1	1	1
34	7	1	1	1	1	1	1	1	1
35	5	5	5	4	4	4	3	3	1
36	5	5	5	4	4	4	3	3	1
37	8	7	3	3	3	3	2	2	2
38	8	7	3	3	3	3	2	2	2
39	3	3	3	3	3	3	2	2	2
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
42	4	4	4	4	4	4	3	3	1
43	4	4	4	4	4	4	3	3	1
44	4	4	4	4	4	4	3	3	1
45	3	3	3	3	3	3	2	2	2
46	2	2	2	2	2	2	2	2	2
47	2	2	2	2	2	2	2	2	2
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
49	3	3	3	3	3	3	2	2	2
50	2	2	2	2	2	2	2	2	2
51	3	3	3	3	3	3	2	2	2
52	2	2	2	2	2	2	2	2	2
53	2	2	2	2	2	2	2	2	2
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1
55	1	1	1	1	1	1	1	1	1
56	1	1	1	1	1	1	1	1	1
57	1	1	1	1	1	1	1	1	1
58	2	2	2	2	2	2	2	2	2
59	9	8	7	6	3	3	2	2	2
60	9	8	7	6	3	3	2	2	2
61	9	8	7	6	3	3	2	2	2
62	2	2	2	2	2	2	2	2	2
63	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Tableau 7.4 : Répartition des items en groupes d'après la méthode de Ward.

Dendrogramme d'après la méthode du saut moyen entre les groupes :

Dendrogramme d'après la méthode de Ward :

Rescaled Distance Cluster Combine



La méthode de Ward aboutit plus rapidement à une structure visuelle claire en deux ou trois groupes. Le niveau d'agrégation final est cependant le même dans les deux méthodes.

7.2 Analyse factorielle

Nous avons également utilisé le logiciel SPSS pour faire une analyse factorielle de la banque d'items de notre logiciel. En partant de la même base de données que pour l'analyse hiérarchique ascendante, nous avons fait une analyse factorielle, utilisant la méthode d'analyse en composantes principales comme méthode d'extraction, puis une méthode de rotation oblique. La méthode de rotation oblique était appropriée dans notre cas, parce que, d'après les considérations théoriques du chapitre 3, il est évident qu'on doit obtenir des facteurs qui sont corrélés entre eux ; en effet, toutes les études effectuées jusqu'ici à ce sujet, tant en psychologie de l'éducation qu'en psychologie cognitive ont montré que les différentes aptitudes mathématiques ne sont pas indépendantes les unes des autres.

On obtient le tableau suivant, représentant les valeurs propres des différentes composantes, avant la rotation dans l'ordre décroissant, ainsi que le pourcentage de la variance qui peut être expliqué par chacune des composantes.

Component	Initial Eigenvalues			Rotation
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total ^a
1	9,317	14,789	14,789	7,283
2	1,874	2,975	17,763	6,102
3	1,552	2,463	20,226	4,937
4	1,499	2,379	22,605	
5	1,416	2,247	24,852	
6	1,339	2,125	26,977	
7	1,312	2,083	29,060	
8	1,229	1,950	31,011	
9	1,188	1,886	32,897	
10	1,174	1,863	34,760	
11	1,122	1,781	36,540	
12	1,107	1,757	38,298	
13	1,091	1,731	40,029	
14	1,076	1,708	41,737	
15	1,048	1,663	43,400	
16	1,024	1,625	45,025	
17	1,006	1,596	46,621	
18	,997	1,582	48,203	
19	,983	1,560	49,764	
20	,978	1,553	51,316	
21	,952	1,511	52,827	
22	,944	1,498	54,326	
23	,938	1,489	55,815	
24	,929	1,474	57,289	
25	,917	1,455	58,744	
26	,904	1,434	60,179	
27	,896	1,422	61,600	
28	,871	1,382	62,983	
29	,866	1,375	64,357	
30	,859	1,364	65,721	
31	,848	1,345	67,066	
32	,838	1,331	68,397	
33	,815	1,293	69,690	
34	,808	1,282	70,972	
35	,798	1,267	72,240	
36	,793	1,259	73,498	
37	,783	1,243	74,742	
38	,773	1,227	75,968	
39	,754	1,197	77,165	
40	,746	1,184	78,349	
41	,740	1,174	79,523	
42	,732	1,162	80,685	
43	,719	1,142	81,827	
44	,710	1,127	82,954	
45	,702	1,115	84,068	
46	,699	1,109	85,178	
47	,683	1,084	86,262	
48	,659	1,045	87,307	
49	,653	1,036	88,344	
50	,633	1,005	89,349	
51	,625	,992	90,341	
52	,615	,976	91,318	
53	,607	,963	92,280	
54	,588	,933	93,213	
55	,583	,925	94,138	
56	,567	,899	95,038	
57	,562	,893	95,930	
58	,533	,846	96,776	
59	,528	,838	97,614	
60	,504	,800	98,414	
61	,453	,720	99,134	
62	,428	,679	99,813	
63	,118	,187	100,000	

Extraction Method: Principal Component Analysis.

- a. When components are correlated, sums of squared loadings cannot be added to obtain a total variance.

Tableau 7.5 : Répartition de la variance totale sur les différentes composantes.

On voit qu'il existe 17 composantes qui ont une valeur propre supérieure à 1. D'après la règle de Kaiser, cela voudrait dire qu'on est en présence de 17 facteurs, ce qui correspondrait à des facteurs très spécifiques, alors que nous nous intéressons à des facteurs plus généraux, correspondant à ceux de la strate moyenne de Carroll.

Pour arriver à un nombre de facteurs plus adapté, nous analysons le diagramme suivant, qui représente la taille des valeurs propres sous forme graphique.

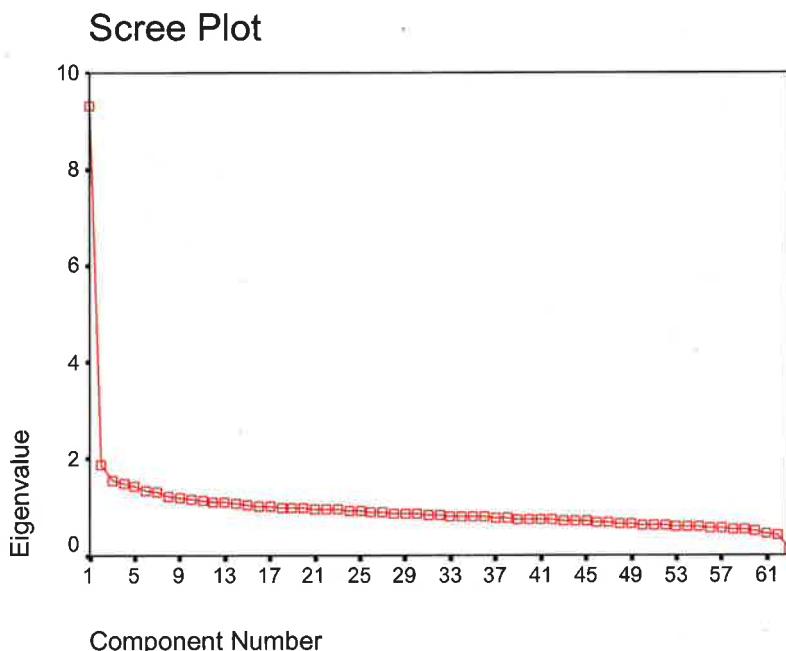


Figure 7.1 : Représentation de la taille des valeurs propres.

On voit qu'à partir de la troisième composante, la pente de la courbe devient presque nulle. Cela indique que seuls les trois premiers facteurs sont importants. On peut donc supposer qu'on est en présence de trois facteurs principaux qui représentent adéquatement les compétences en mathématiques.

Ces facteurs sont corrélés entre eux de la manière suivante :

Component Correlation Matrix

Component	1	2	3
1	1,000	,459	-,349
2	,459	1,000	-,304
3	-,349	-,304	1,000

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Oblimin with Kaiser

Normalization.

Tableau 7.6 : Matrice de corrélation entre les 3 facteurs postulés.

Il est intéressant de remarquer que le troisième facteur est négativement corrélé avec les deux autres, ce qui signifie que les aptitudes utilisées pour traiter les différents items sont partiellement exclusives les unes des autres.

La saturation des items selon les 3 facteurs postulés est quant à elle indiquée par le tableau 7. En analysant ce tableau, on arrive à l'interprétation suivante des trois facteurs :

- Facteur 1 :

La résolution des items saturés en facteur 1 présuppose une bonne aptitude de visualisation spatiale. Celle-ci s'exerce soit directement sur les figures géométriques, soit sur la série des nombres étalés mentalement dans l'espace.

Dénomination proposée : Représentation spatiale.

- Facteur 2 :

La résolution des items saturés en facteur 2 présuppose l'application de procédures de calculs apprises.

Dénomination proposée : Connaissances procédurales de calcul.

- Facteur 3 :

Les items saturés dans ce facteur, qui est corrélé négativement avec les deux précédents, présupposent la découverte de solutions inédites, donc l'utilisation du raisonnement.

Dénomination proposée : Raisonnement mathématique.

La bipolarité constatée signifie que les élèves utilisent soit des schèmes appris, soit un moyen de pensée plus créatif, correspondant à la capacité de résolution de problèmes. L'opposition bipolaire entre ces deux types d'aptitude peut être interprétée en termes d'intelligence fluide et d'intelligence cristallisée, opposition apparue depuis longtemps dans les testes d'intelligence classiques.

Si nous rapprochons notre taxonomie de celle des compétences cognitives de Carroll, notre premier facteur pourrait se situer au niveau du facteur 2V (perception visuelle), notre deuxième facteur pourrait correspondre à 2C (intelligence cristallisée)

	Pattern Matrix ^a		
	1	2	3
46	,785	-,239	
47	,782	-,225	
59	,581		
60	,509		
58	,482		
53	,478		
61	,470	,134	
49	,470		
52	,464		
50	,452		
51	,446		-,129
63	,361		
45	,338		
62	,335		
32	,297	,198	-,280
5	,295		
44	,271	,195	-,139
43	,237	,189	
57	,234		
14	,206	,206	
17	,206	,152	-,155
8	,185	,176	
55		,529	
13		,473	
54		,453	,155
9		,431	
12		,419	
35		,377	-,184
3		,365	
11		,362	
27	,129	,358	-,131
7		,355	
24		,349	-,339
10	,135	,348	
1		,335	
36	,114	,334	-,229
29		,331	-,183
6		,310	
4		,300	
31		,299	
30	,183	,287	-,132
28		,284	-,169
2		,251	
48	,191	,198	
15	,146	,187	-,157
19			-,552
33		,104	-,546
18			-,527
20			-,515
34	-,199		-,443
21	,107	,249	-,351
40			-,332
25	,269	,114	-,318
16	,212		-,276
22	,148	,150	-,266
26	,128	,252	-,256
39	,130		-,254
42	,229	,185	-,252
38	,114		-,239
23	,171	,184	-,230
41			-,217
37	,154		-,200
56	,146		-,147

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 12 iterations.

Tableau 7.7 : Saturation des items selon les 3 facteurs postulés.

et 2Y (mémoire et savoir), et notre troisième facteur pourrait correspondre exactement à 2F (intelligence fluide).

Certains items sont saturés à la fois dans les facteurs 1 et 2 ; ils sont donc résolus par beaucoup d'élèves par une combinaison de la visualisation spatiale et des connaissances procédurales, alors que l'utilisation du raisonnement semble plutôt exclure d'autres stratégies de résolution.

7.3 Proposition d'une taxonomie

Une démarche exploratoire, basée sur l'utilisation conjointe de plusieurs procédés multivariés, à savoir l'échelonnement multidimensionnel, permettant de classer nos items par rapports aux taxonomies existantes, l'analyse hiérarchique ascendante et l'analyse factorielle, servant à dégager la structure factorielle latente de notre banque de données, nous a fourni une taxonomie théorique des compétences en mathématiques, correspondant à la dénomination de nos trois facteurs de second ordre :

- a) la représentation spatiale
- b) les connaissances procédurales de calcul
- c) le raisonnement mathématique.

Les coordonnées des items dans l'espace à deux dimensions fournies par échelonnement multidimensionnel nous permettent de faire la représentation spatiale suivante des facteurs trouvés :

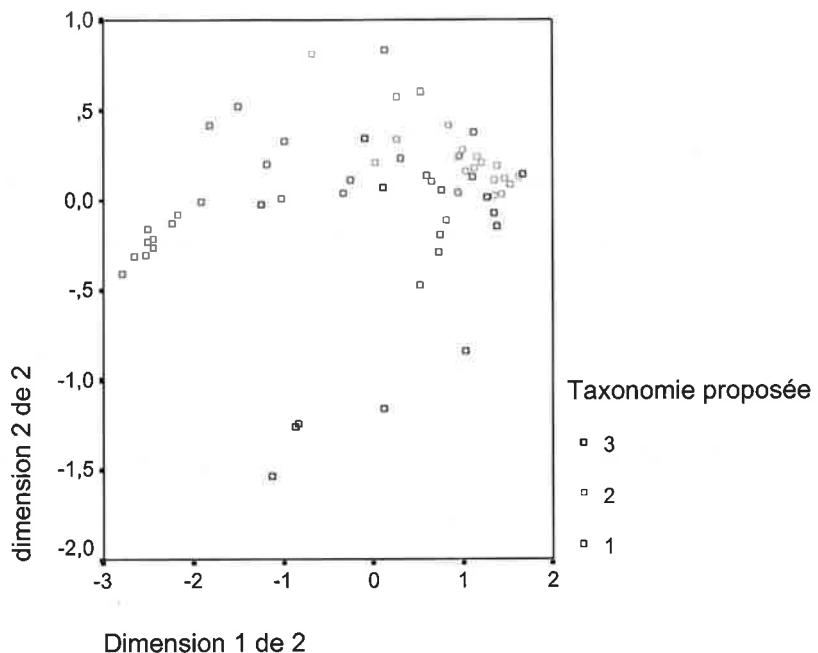


Figure 1 : Représentation de la structure factorielle dégagée.

La représentation graphique des facteurs devient plus satisfaisante, si les items suivants, saturés presque aussi fortement dans deux facteurs différents, sont reclasés de la manière suivante :

$$23 \rightarrow 2, \quad 15 \rightarrow 1, \quad 57 \rightarrow 2, \quad 17 \rightarrow 2.$$

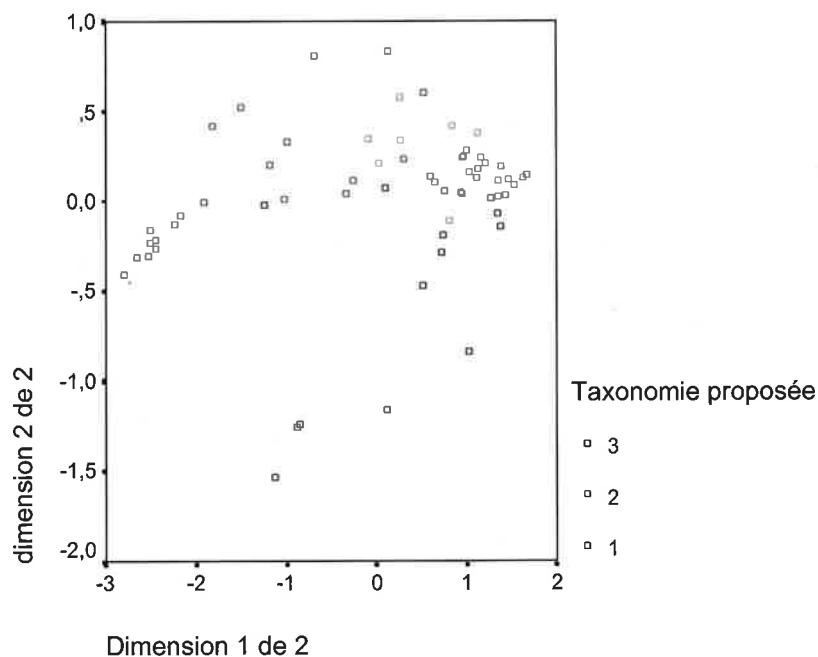


Figure 2 : Représentation de la structure factorielle modifiée.

Le résultat de notre analyse factorielle est psychologiquement plausible. Il est en accord avec la taxonomie des compétences cognitives de Carroll, qui correspond à une synthèse de la recherche sur les tests d'intelligence. D'autre part, nous avons vu que notre banque de données se positionne très bien par rapport à la taxonomie de l'NLSMA.

Ce qui est surprenant dans nos résultats, c'est le fait que le facteur de raisonnement est corrélé négativement avec les deux autres facteurs. Nous allons discuter ce point dans la suite de notre démarche confirmatoire.

Chapitre VIII

ANALYSE CONFIRMATOIRE DE NOTRE TAXONOMIE

8.1 Analyse de la taxonomie par le LISREL

Pour vérifier l'adéquation de notre taxonomie aux données empiriques, nous avons effectué une analyse d'un test expérimental autre que celui utilisé pour constituer notre banque de données et nous avons examiné, au moyen du logiciel LISREL, si l'on y retrouve les trois facteurs constituant notre taxonomie avec les mêmes relations entre eux.

Comme test expérimental, nous avons choisi l'épreuve standardisée en mathématiques de mars 1997 de la procédure de passage primaire-post primaire. Ce choix avait l'énorme avantage que nous disposions déjà des résultats de presque 3600 élèves, alors que cela aurait pris beaucoup trop de temps et de moyens de construire nous-même un tel test et surtout de le faire passer par un groupe tellement grand d'élèves.

Nous testons ensuite sur notre modèle factoriel, obtenu par l'analyse factorielle des items de la banque de données de notre logiciel, en appliquant le LISREL sur ce nouveau test expérimental. Puisque, dans la vérification d'un modèle factoriel, le modèle structural du LISREL n'est pas de mise, nous avons seulement besoin de son modèle de mesure.

Notre modèle de mesure comporte comme variables observées exogènes les réponses aux 43 items contenus dans le test expérimental et comme variables latentes indépendantes correspondantes les trois catégories de notre taxonomie, à savoir la représentation spatiale, les connaissances procédurales de calcul et le raisonnement mathématique.

L'hypothèse que nous voulons tester est que la matrice des covariances des 43 items de notre test expérimental peut être expliquée par l'existence de 3 facteurs latents liés entre eux par la matrice de covariance obtenue lors de l'analyse factorielle des items de la banque de données de notre logiciel.

En utilisant la terminologie habituelle du LISREL, nous notons nos variables exogènes x_1, x_2, \dots, x_{43} , les facteurs latents ξ_1, ξ_2, ξ_3 , les résidus des variables exogènes $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{43}$ et les résidus des facteurs latents $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$. En tenant compte du fait que les trois catégories de notre taxonomie ne sont pas indépendantes, nous obtenons la représentation suivante de notre modèle de mesure :

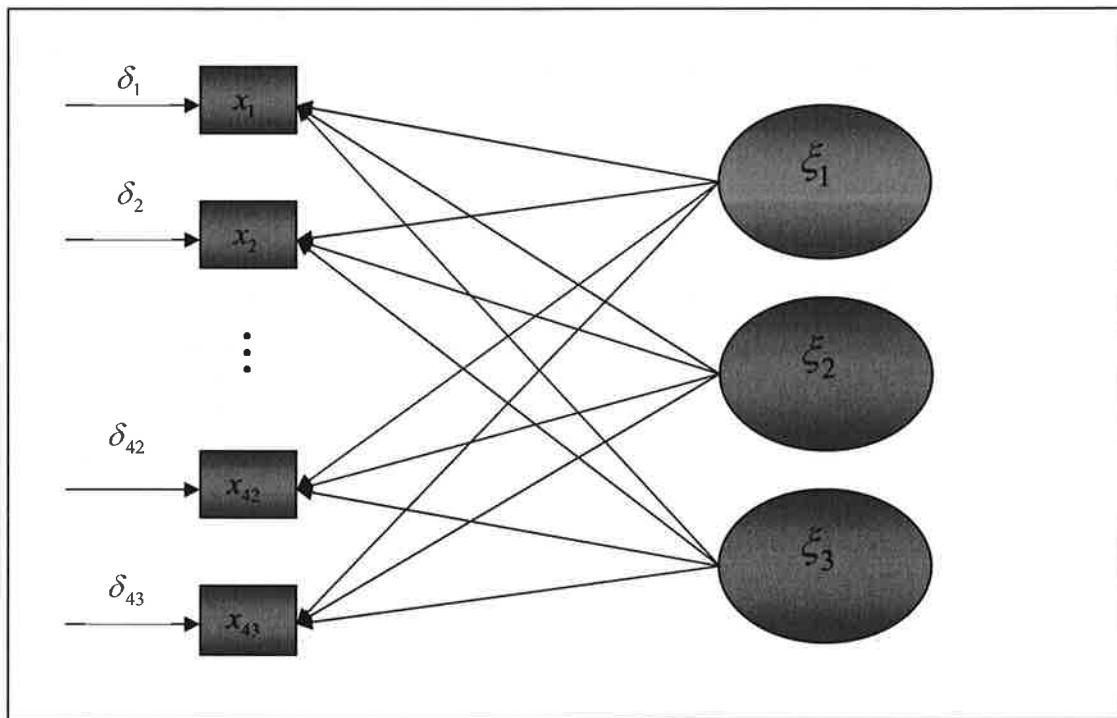


Figure 8.1 : Représentation de notre modèle de mesure

En notant Λ_x la matrice factorielle des variables latentes indépendantes de dimension 43×3 , Φ leur matrice de covariance de dimension 3×3 et Θ la matrice

de covariance des résidus des variables exogènes de dimension 43×43 , nous obtenons l'équation de mesure

$$x = \Lambda_x \xi + \delta,$$

où x désigne le vecteur de dimension 43×1 comportant les variables x_i , $1 \leq i \leq 43$ et δ le vecteur de même dimension comportant les résidus δ_i , $1 \leq i \leq 43$.

Comme les catégories de notre taxonomie sont intercorrélées entre elles et qu'elles sont toutes définies a priori par l'ensemble des 43 items, nous ne pouvons pas fixer une partie des paramètres de la matrice Λ_x comme étant égaux à zéro ; nous déclarons donc cette matrice comme matrice libre. Pour des raisons d'unicité de la solution calculée par l'ordinateur, il faut fixer cependant au moins un élément de la matrice. Nous posons donc l'élément $\lambda_{x,43,3}$ comme étant égal à 1. Cet élément correspond en effet à une question 26 du test, qui nécessite clairement un raisonnement.

La matrice Φ par contre est entièrement fixée, puisque nous supposons qu'elle doit être égale à la matrice de covariance entre nos trois facteurs, obtenue par l'analyse factorielle des items constituant la banque de données de notre logiciel. Elle est par conséquent égale à

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0,984 & 0,721 & 1,491 \\ 0,721 & 1,164 & 0,267 \\ 1,491 & 0,267 & 2,773 \end{pmatrix}.$$

Pour la matrice Θ finalement, nous utilisons le modèle classique, c'est-à-dire nous supposons que les erreurs de mesure sont aléatoires et non corrélées. Cette matrice est donc une matrice diagonale.

Pris comme cela, le logiciel LISREL infirme notre modèle à un niveau de 95%, mais il l'accepte à un niveau de 80 %. Cela n'est pas très étonnant. En effet, l'analyse factorielle qu'on a effectué sur les réponses aux items de notre banque de données avait déjà montré que les trois facteurs retenus n'expliquent qu'environ un tiers de la variance totale et qu'à côté, il existe un très grand nombre de facteurs négligeables qui pris ensemble ont un poids de deux tiers. Comme l'explication de la

variance est un critère important du LISREL pour le calcul de son indice d'adéquation, nous ne pouvions pas espérer un résultat excellant.

De plus, le fait d'avoir fixé complètement la matrice de covariance entre les trois facteurs latents est une hypothèse très contraignante. Si nous laissons libre la matrice Φ , le LISREL accepte notre modèle à un niveau de 90 %.

Compte tenu de ces explications, nous pouvons conclure que notre modèle est confirmé par le LISREL. En effectuant une analyse factorielle sur les résultats de notre test expérimental confirmatoire, nous obtenons d'ailleurs une solution à trois facteurs et une matrice de corrélation entre les facteurs qui correspond assez bien à celle donné dans le tableau 7.6.

8.2 Analyse de la variance

Nous avons finalement comparé notre taxonomie à toutes celles que nous avons testées en effectuant une analyse de la variance multivariée. Nous avons testé l'effet de trois facteurs sur la matrice de dissimilarité des différentes taxonomies, à savoir les 2 paramètres « difficulté » et « discrimination » de nos items provenant du modèle de Birnbaum (variables *A* et *B*) (voir Schiltz, 1996), ainsi que la probabilité de réussite, établie empiriquement pour chaque item (variable *P*). Ces trois variables sont de niveau de mesure d'intervalle et comportent un nombre élevé de modalités. Ceci nous a amené à les prendre comme covariants plutôt que comme facteurs et nous avons ainsi en fait effectué une analyse de la covariance.

Comme variable dépendantes nous avons pris les catégories des différentes taxonomies. Nous avons donc examiné l'effet des trois covariants sur la capacité des différentes taxonomies de classer nos items sous des facteurs de second ordre, identifiés par des études préliminaires et psychologiquement parlants.

Comme nos variables dépendantes sont intercorrélées entre elles, nous avons utilisé un modèle multivarié, plutôt que d'analyser la situation à l'aide de plusieurs procédures univariées.

Malheureusement nous n'avons pas pu calculer les effets interactifs des trois facteurs sur les variables dépendantes, en raison du nombre trop élevé de modalités, situation, qui se présente d'ailleurs fréquemment en analyse de la covariance. Nous avons par conséquent effectué des analyses unifactorielles multivariées pour chacun des trois covariants.

Pour pallier à cet inconvénient, nous avons examiné les relations des trois facteurs entre eux. Gardons en mémoire que leur mode de construction n'est pas le même. Alors que les variables *A* et *B* sont les paramètres des items d'après le modèle de Birnbaum et dépendent donc uniquement des items, la variable *P* a été construite de manière empirique et dépend également de l'échantillon des sujets examinés.

Calculons les corrélations entre les trois covariants :

Correlations

		prob réussite	discrimination	difficulté
Spearman's rho	Correlation Coefficient	prob réussite	-,215	-,942**
		discrimination	1,000	,316*
		difficulté	,316*	1,000
	Sig. (2-tailed)	prob réussite	,090	,000
		discrimination	,090	,012
		difficulté	,000	,
	N	prob réussite	63	63
		discrimination	63	63
		difficulté	63	63

**. Correlation is significant at the .01 level (2-tailed).

*. Correlation is significant at the .05 level (2-tailed).

La corrélation négative hautement significative entre *P* et *A* est tout à fait plausible. En toute logique, la probabilité de réussite des items doit être inversement proportionnelle à leur difficulté. D'un autre côté, la probabilité de réussite n'est pas liée au pouvoir de discrimination des items, ce qui signifie que, pour un élève donné, le fait qu'un item soit réussi ou non, ne dépend pas du pouvoir de l'item de discriminer entre lui et d'autres élèves, mais de la manière dont il est capable de le résoudre.

Ce qui est surprenant, c'est la corrélation positive entre *A* et *B*, alors que d'après le modèle IRT, *A* et *B* devraient être des paramètres indépendants (voir

Schiltz, 1996). Ceci probablement dû au fait que notre banque d'items provenant des procédures de passage primaire-postprimaire est mal équilibrée. Pour des raisons pédagogiques, elle comprend trop d'items de calcul faciles et faiblement discriminants.

Les résultats des tests des effets intergroupes (*test of between-subjects effects*) sur les catégories des différentes taxonomies sont présentés sur les pages suivantes.

Pour le covariant *A* (« indice de difficulté »), l'analyse de la variance donne un effet significatif au seuil de 5 % pour notre taxonomie, ainsi que pour celle du contenu mathématique de l'Etude Internationale des Performances en Mathématiques (ISAM2), celle de l'Etude Longitudinale Nationale des Aptitudes Mathématiques (NLSMA), et celles du contenu mathématique et de performance cognitive de la Troisième Etude Internationale des Mathématiques et des Sciences (TIMSS1 et TIMSS2).

Pour le covariant *B* (« indice de discrimination »), l'analyse de la variance fournit un effet significatif au seuil de 1 % pour notre taxonomie, ainsi que pour celle des aptitudes comportementales de l'Etude Internationale des Performances en Mathématiques (ISAM1), celle de l'Etude Longitudinale Nationale des Aptitudes Mathématiques (NLSMA), ainsi que celle de Pellerey et un effet significatif au seuil de 5 % pour celle du contenu mathématique de l'Etude Internationale des Performances en Mathématiques (ISAM2).

Pour le covariant *P* (« probabilité de réussite »), finalement, l'analyse de la variance donne un effet significatif au seuil de 1 % pour notre taxonomie, ainsi que pour celle des aptitudes comportementales de l'Etude Internationale des Performances en Mathématiques (ISAM1), celle de l'Etude Longitudinale Nationale des Aptitudes Mathématiques (NLSMA), ainsi que celle de Pellerey et un effet significatif au seuil de 5 % pour celle de la performance cognitive de la Troisième Etude Internationale des Mathématiques et des Sciences (TIMSS2).

Examinés séparément, nos trois covariants ont donc une influence significative sur la structure classificatrice de notre taxonomie, c'est-à-dire qu'elle répond aux exigences que nous avons posées. Parmi les autres taxonomies examinées, seule la taxonomie celle de l'Etude Longitudinale Nationale des Aptitudes Mathématiques (NLSMA) remplit également ces conditions.

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	Taxonomie proposée	2,507 ^b	1	2,507	4,340	,041	4,340	,536
	TIMSS2	12,760 ^c	1	12,760	5,016	,029	5,016	,597
	TIMSS1	4,408 ^c	1	4,408	5,041	,028	5,041	,599
	BLOOM	1,278 ^d	1	1,278	,256	,615	,256	,079
	ISAM1	4,901 ^e	1	4,901	,711	,402	,711	,132
	ISAM2	25,716 ^f	1	25,716	6,814	,011	6,814	,729
	NLSMA	2,716 ^g	1	2,716	4,703	,034	4,703	,569
	PELLEREY	6,86E-02 ^h	1	6,86E-02	,054	,816	,054	,056
Intercept	Taxonomie proposée	39,518	1	39,518	68,406	,000	68,406	1,000
	TIMSS2	11,461	1	11,461	4,505	,038	4,505	,551
	TIMSS1	17,616	1	17,616	20,146	,000	20,146	,993
	BLOOM	221,320	1	221,320	44,355	,000	44,355	1,000
	ISAM1	78,675	1	78,675	11,409	,001	11,409	,914
	ISAM2	6,298	1	6,298	1,669	,201	1,669	,246
	NLSMA	11,906	1	11,906	20,620	,000	20,620	,994
	PELLEREY	32,901	1	32,901	26,125	,000	26,125	,999
A	Taxonomie proposée	2,507	1	2,507	4,340	,041	4,340	,536
	TIMSS2	12,760	1	12,760	5,016	,029	5,016	,597
	TIMSS1	4,408	1	4,408	5,041	,028	5,041	,599
	BLOOM	1,278	1	1,278	,256	,615	,256	,079
	ISAM1	4,901	1	4,901	,711	,402	,711	,132
	ISAM2	25,716	1	25,716	6,814	,011	6,814	,729
	NLSMA	2,716	1	2,716	4,703	,034	4,703	,569
	PELLEREY	6,86E-02	1	6,86E-02	,054	,816	,054	,056
Error	Taxonomie proposée	35,239	61	,578				
	TIMSS2	155,176	61	2,544				
	TIMSS1	53,338	61	,874				
	BLOOM	304,372	61	4,990				
	ISAM1	420,654	61	6,896				
	ISAM2	230,221	61	3,774				
	NLSMA	35,221	61	,577				
	PELLEREY	76,820	61	1,259				
Total	Taxonomie proposée	274,000	63					
	TIMSS2	643,000	63					
	TIMSS1	454,000	63					
	BLOOM	2935,000	63					
	ISAM1	1670,000	63					
	ISAM2	811,000	63					
	NLSMA	298,000	63					
	PELLEREY	388,000	63					
Corrected Total	Taxonomie proposée	37,746	62					
	TIMSS2	167,937	62					
	TIMSS1	57,746	62					
	BLOOM	305,651	62					
	ISAM1	425,556	62					
	ISAM2	255,937	62					
	NLSMA	37,937	62					
	PELLEREY	76,889	62					

a. Computed using alpha = ,05

b. R Squared = ,066 (Adjusted R Squared = ,051)

c. R Squared = ,076 (Adjusted R Squared = ,061)

d. R Squared = ,004 (Adjusted R Squared = ,012)

e. R Squared = ,012 (Adjusted R Squared = ,005)

f. R Squared = ,100 (Adjusted R Squared = ,086)

g. R Squared = ,072 (Adjusted R Squared = ,056)

h. R Squared = ,001 (Adjusted R Squared = ,015)

Figure 8.3 : Effets de la source de variation « difficulté » sur les différentes taxonomies

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	Taxonomie proposée	7,520 ^b	1	7,520	15,177	,000	15,177	,970
	TIMSS2	4,311 ^c	1	4,311	1,607	,210	1,607	,239
	TIMSS1	2,505 ^d	1	2,505	2,766	,101	2,766	,374
	BLOOM	,639 ^e	1	,639	,128	,722	,128	,064
	ISAM1	62,637 ^f	1	62,637	10,528	,002	10,528	,891
	ISAM2	17,252 ^g	1	17,252	4,409	,040	4,409	,543
	NLSMA	12,139 ^h	1	12,139	28,703	,000	28,703	1,000
	PELLEREY	10,234 ⁱ	1	10,234	9,365	,003	9,365	,854
Intercept	Taxonomie proposée	162,440	1	162,440	327,828	,000	327,828	1,000
	TIMSS2	424,765	1	424,765	158,354	,000	158,354	1,000
	TIMSS1	349,298	1	349,298	385,714	,000	385,714	1,000
	BLOOM	2122,384	1	2122,384	424,461	,000	424,461	1,000
	ISAM1	1245,632	1	1245,632	209,368	,000	209,368	1,000
	ISAM2	533,130	1	533,130	136,251	,000	136,251	1,000
	NLSMA	258,478	1	258,478	611,186	,000	611,186	1,000
	PELLEREY	300,132	1	300,132	274,668	,000	274,668	1,000
B	Taxonomie proposée	7,520	1	7,520	15,177	,000	15,177	,970
	TIMSS2	4,311	1	4,311	1,607	,210	1,607	,239
	TIMSS1	2,505	1	2,505	2,766	,101	2,766	,374
	BLOOM	,639	1	,639	,128	,722	,128	,064
	ISAM1	62,637	1	62,637	10,528	,002	10,528	,891
	ISAM2	17,252	1	17,252	4,409	,040	4,409	,543
	NLSMA	12,139	1	12,139	28,703	,000	28,703	1,000
	PELLEREY	10,234	1	10,234	9,365	,003	9,365	,854
Error	Taxonomie proposée	30,226	61	,496				
	TIMSS2	163,625	61	2,682				
	TIMSS1	55,241	61	,906				
	BLOOM	305,011	61	5,000				
	ISAM1	362,919	61	5,949				
	ISAM2	238,684	61	3,913				
	NLSMA	25,798	61	,423				
	PELLEREY	66,655	61	1,093				
Total	Taxonomie proposée	274,000	63					
	TIMSS2	643,000	63					
	TIMSS1	454,000	63					
	BLOOM	2935,000	63					
	ISAM1	1670,000	63					
	ISAM2	811,000	63					
	NLSMA	298,000	63					
	PELLEREY	388,000	63					
Corrected Total	Taxonomie proposée	37,746	62					
	TIMSS2	167,937	62					
	TIMSS1	57,746	62					
	BLOOM	305,651	62					
	ISAM1	425,556	62					
	ISAM2	255,937	62					
	NLSMA	37,937	62					
	PELLEREY	76,889	62					

a. Computed using alpha = ,05

b. R Squared = ,199 (Adjusted R Squared = ,186)

c. R Squared = ,026 (Adjusted R Squared = ,010)

d. R Squared = ,043 (Adjusted R Squared = ,028)

e. R Squared = ,002 (Adjusted R Squared = ,014)

f. R Squared = ,147 (Adjusted R Squared = ,133)

g. R Squared = ,067 (Adjusted R Squared = ,052)

h. R Squared = ,320 (Adjusted R Squared = ,309)

i. R Squared = ,133 (Adjusted R Squared = ,119)

Figure 8.4 : Effets de la source de variation « discrimination » sur les différentes taxonomies

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	Taxonomie proposée	11,299 ^b	1	11,299	26,063	,000	26,063	,999
	TIMSS2	10,633 ^c	1	10,633	4,123	,047	4,123	,515
	TIMSS1	1,045 ^d	1	1,045	1,124	,293	1,124	,181
	BLOOM	4,59E-02 ^e	1	4,59E-02	,009	,924	,009	,051
	ISAM1	55,321 ^f	1	55,321	9,115	,004	9,115	,844
	ISAM2	15,490 ^g	1	15,490	3,930	,052	3,930	,496
	NLSMA	17,723 ^h	1	17,723	53,485	,000	53,485	1,000
	PELLEREY	14,576 ⁱ	1	14,576	14,269	,000	14,269	,961
Intercept	Taxonomie proposée	3,454	1	3,454	7,966	,006	7,966	,793
	TIMSS2	104,449	1	104,449	40,504	,000	40,504	1,000
	TIMSS1	56,041	1	56,041	60,290	,000	60,290	1,000
	BLOOM	288,923	1	288,923	57,670	,000	57,670	1,000
	ISAM1	345,293	1	345,293	56,890	,000	56,890	1,000
	ISAM2	130,768	1	130,768	33,175	,000	33,175	1,000
	NLSMA	85,743	1	85,743	258,756	,000	258,756	1,000
	PELLEREY	88,069	1	88,069	86,213	,000	86,213	1,000
P	Taxonomie proposée	11,299	1	11,299	26,063	,000	26,063	,999
	TIMSS2	10,633	1	10,633	4,123	,047	4,123	,515
	TIMSS1	1,045	1	1,045	1,124	,293	1,124	,181
	BLOOM	4,59E-02	1	4,59E-02	,009	,924	,009	,051
	ISAM1	55,321	1	55,321	9,115	,004	9,115	,844
	ISAM2	15,490	1	15,490	3,930	,052	3,930	,496
	NLSMA	17,723	1	17,723	53,485	,000	53,485	1,000
	PELLEREY	14,576	1	14,576	14,269	,000	14,269	,961
Error	Taxonomie proposée	26,447	61	,434				
	TIMSS2	157,303	61	2,579				
	TIMSS1	56,701	61	,930				
	BLOOM	305,605	61	5,010				
	ISAM1	370,235	61	6,069				
	ISAM2	240,447	61	3,942				
	NLSMA	20,213	61	,331				
	PELLEREY	62,313	61	1,022				
Total	Taxonomie proposée	274,000	63					
	TIMSS2	643,000	63					
	TIMSS1	454,000	63					
	BLOOM	2935,000	63					
	ISAM1	1670,000	63					
	ISAM2	811,000	63					
	NLSMA	298,000	63					
	PELLEREY	388,000	63					
Corrected Total	Taxonomie proposée	37,746	62					
	TIMSS2	167,937	62					
	TIMSS1	57,746	62					
	BLOOM	305,651	62					
	ISAM1	425,556	62					
	ISAM2	255,937	62					
	NLSMA	37,937	62					
	PELLEREY	76,889	62					

a. Computed using alpha = ,05

b. R Squared = ,299 (Adjusted R Squared = ,288)

c. R Squared = ,063 (Adjusted R Squared = ,048)

d. R Squared = ,018 (Adjusted R Squared = ,002)

e. R Squared = ,000 (Adjusted R Squared = ,016)

f. R Squared = ,130 (Adjusted R Squared = ,116)

g. R Squared = ,061 (Adjusted R Squared = ,045)

h. R Squared = ,467 (Adjusted R Squared = ,458)

i. R Squared = ,190 (Adjusted R Squared = ,176)

Figure 8.5 : Effets de la source de variation « probabilité de réussite » sur les différentes taxonomies

8.3 Interprétation psychologique de notre taxonomie

Nous nous étions également proposé d'examiner si les trois catégories de second ordre de notre taxonomie, à savoir la représentation spatiale, les connaissances procédurales de calcul et le raisonnement mathématique, peuvent être interprétés en termes de compétences au sens chomskyien du terme. Rappelons les caractéristiques d'une telle définition des compétences (Reboul, 1995) :

- Elles s'appuient sur un code qui est essentiellement restrictif ou négatif, montrant ce qui est défendu mais laissant par ailleurs une grande marge de liberté.
- Elles permettent de produire des performances en nombre illimité et de façon imprévisible.
- Les performances produites doivent être cohérentes entre elles et adaptées à la situation.

Nous avons établi que notre taxonomie ne dépend pas seulement du contenu des items, mais qu'il y a une interférence significative des facteurs covariants « difficulté », « discrimination » et « probabilité de réussite ». En tenant compte de nos résultats et en particulier de l'influence significative de la difficulté et de la probabilité de réussite des items, nous pouvons aisément présupposer, qu'à un degré de difficulté élevé des items, les trois catégories de notre taxonomie correspondent à des compétences authentiques, dans le sens où elles permettent de résoudre des problèmes en nombre illimité, de manière imprévisible et créatrice, mais en se basant sur un code établi et en tenant compte de la situation.

Lorsque les problèmes sont faciles, par contre, l'on peut concevoir qu'ils n'exigent pas l'entrée en action de réelles compétences, mais uniquement de savoirs et de savoir-faire ; qu'ils puissent donc être résolus de manière purement mécanique par des schémas appris. Le comportement de nos élèves dans les situations d'examen réelles peut d'ailleurs aisément corroborer cette interprétation.

Il est facile de comprendre que le facteur « raisonnement mathématique » puisse correspondre à une compétence au sens chomskyien. En est-il également ainsi pour la représentation spatiale et pour les connaissances procédurales de calcul ? Nous pensons que c'est théoriquement possible, mais qu'en pratique, au niveau de la

tranche d'âge de nos sujets, les problèmes d'arithmétique et de géométrie élémentaires sont rarement résolus en faisant appel à des compétences réelles.

Rappelons à ce sujet un résultat tout à fait intéressant de notre analyse factorielle : le facteur de raisonnement mathématique est corrélé négativement avec la représentation spatiale et les connaissances procédurales de calcul. Celà peut signifier que les mêmes problèmes peuvent être résolus par des stratégies différentes et que les élèves qui réfléchissent personnellement ont moins tendance à employer aveuglément des schémas appris.

Pour trancher la question si nos trois catégories peuvent être considérées comme des compétences authentiques à cette tranche d'âge, il faudrait faire une étude avec des épreuves plus difficiles que celles utilisées dans la réalité scolaire quotidienne, ne pouvant pas être résolues de manière mécanique, mais nécessitant la découverte de stratégies originales.

8.4 Conclusion

Etablir une taxonomie en mathématiques implique qu'il faut tenir compte de la recherche fondamentale en sciences cognitives, en psychologie développementale et en psychologie de l'éducation.

Un aperçu sur la littérature consacrée aux résultats de la recherche fondamentale et appliquée dans ces différents domaines nous a permis de donner une idée de la complexité du problème. Une taxonomie est seulement valable pour une certaine tranche d'âge et une certaine culture, puisque la structure cognitive sous-jacente tend à changer et à se différencier, sous l'impact de la maturation biologique et des influences socio-culturelles et éducatives multiples.

Sur les aptitudes mathématiques détectées depuis la première moitié du vingtième siècle, c'est-à-dire l'aptitude numérique et l'aptitude de raisonnement mathématique, un assez grand consensus semble régner actuellement parmi les chercheurs. A partir de l'adolescence moyenne, l'aptitude numérique semble être définitivement distincte de l'aptitude de raisonnement mathématique. D'autres aptitudes, moins bien connues, englobant des facteurs affectifs, sont actuellement au centre de l'intérêt des chercheurs.

L'analyse des taxonomies existantes nous a montré que leur utilité comme système de classification de nos propres données est de valeur inégale. Un premier essai de traiter nos données par l'échelonnement multidimensionnel nous a montré qu'une solution de petite dimensionnalité conduit à une représentation graphique satisfaisante et explique la presque totalité de la variance de la dissimilarité des items.

Nous avons ensuite élaborée une taxonomie personnelle en combinant différents procédés statistiques multivariées à savoir l'échelonnement multidimensionnel, l'analyse hiérarchique ascendante et l'analyse factorielle.

Cette taxonomie a été vérifiée dans une dernière étape par la construction d'un test expérimental comportant plusieurs items dans chaque catégorie de la taxonomie théorique proposée, en utilisant le LISREL (*Linear Structural Relations*). Grâce à cette procédure nous avons démontré que l'adéquation entre la matrice de covariance observée et théorique était suffisante. Ensuite, nous avons effectué une analyse de la variance, pour examiner l'influence des deux paramètres du modèle de Birnbaum, ainsi que du facteur empirique de la probabilité de réussite des items sur les différentes taxonomies de la littérature, ainsi que sur notre taxonomie personnelle. Nous avons ainsi montré que sa structure factorielle dépend effectivement des trois facteurs examinés et qu'elle répond donc aux exigences posées.

Nous avons proposé une interprétation de nos trois catégories de second ordre, à savoir le raisonnement mathématique, la représentation spatiale et les connaissances procédurales de calcul, en terme de compétences chomskyennes, en tenant compte du degré des difficultés des items.

Notre recherche a cependant été limitée par la banque de données dont nous disposons. Pour pouvoir situer notre classification de compétences en mathématiques par rapport au fonctionnement cognitif général, il serait intéressant de passer une batterie de tests plus vaste, comprenant à la fois des épreuves de type scolaire et des épreuves non scolaires, correspondant à celles utilisées dans les tests d'intelligence classiques. De même, on pourrait inclure des épreuves permettant de mesurer l'interférence des facteurs émotionnels et motivationnels sur les performances en mathématiques. Comme nous l'avons montré dans notre partie théorique, l'interaction entre le fonctionnement affectif et intellectuel est au centre de la recherche actuelle en sciences cognitives et en sciences de l'éducation.

Cette piste d'études représenterait une continuation prometteuse de notre recherche.

Chapitre IX

ETUDE DE VALIDATION DE NOTRE LOGICIEL

9.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous soumettons le test adaptatif informatisé en mathématiques, développé au cours du projet de recherche postdoctoral BFR 98/027, à une étude de valorisation permettant de démontrer que ses qualités de puissance, de flexibilité et d'économie d'utilisation ne vont pas au dépens des qualités psychométriques classiques inhérentes aux tests papier-crayon.

9.1.1 Hypothèses

Le but de l'étude de valorisation est de montrer que le test adaptatif informatisé donne des résultats comparables du point de vue de l'évaluation des performances des élèves, tout en réalisant un gain de temps important et en épargnant aux élèves des situations trop difficiles, donc décourageantes, respectivement trop faciles, donc ennuyeuses. Nous nous sommes intéressés aux résultats globaux, à la capacité de classification et à la capacité de dépistage des difficultés individuelles des élèves. Nous avons donc voulu tester les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : Les scores et les taux de réussite obtenus dans les deux conditions sont comparables.

Hypothèse 2 : L'ordre de classification est sensiblement le même.

Hypothèse 3 : La capacité de dépistage des difficultés individuelles des élèves est comparable.

De plus, nous avons analysé l'influence de l'ordre de passation de ces deux tests, ce qui nous fournit notre quatrième hypothèse, basée sur les qualités intrinsèques du test adaptatif informatisé, qui font que la situation d'apprentissage n'est pas la même.

Hypothèse 4 : L'ordre de passation a une influence sur les résultats.

9.1.2 Construction de la forme expérimentale du test

Pour commencer, nous avons changé notre logiciel selon les proposition des instituteurs afin de faciliter son emploi et de permettre l'utilisation des procédés de statistiques inférentielles prévus. Le logiciel crée maintenant pour chaque élève un fichier Word dans lequel sont notés, outre son nom et prénom les numéros des items qu'il a résolu, les réponses qu'il a données, ainsi que sa note finale.

9.1.3 Description du dispositif expérimental

Pour comparer les qualités du test informatisé à celles du test papier-crayon, nous avons présenté les deux formes à un échantillon de 6 classes d'élèves de septième du Lycée Michel Rodange, ce qui a fait un total de 123 élèves. Afin de neutraliser l'effet de l'ordre de passation et de répétition, nous avons attribué ces élèves au hasard à 2 sous-groupes de même taille, dont l'un devait commencer par le test papier-crayon et l'autre par le test informatisé. Les élèves qui ont commencé par le test papier-crayon ont effectué le test sur ordinateur deux mois plus tard et vice versa. Malheureusement, des problèmes d'installation de notre logiciel sur les ordinateurs du Lycée ont eu pour conséquence que, pendant les deux premières

séances, tous les élèves d'une classe ont dû faire la version papier-crayon. Ceci explique que, finalement, les deux sous-groupes ont des effectifs différents.

De cette manière, nous avons pu constituer un fichier avec 123 sujets, comportant comme variables la note du test sur ordinateur (variable *note*), la note du test papier-crayon (variables *notepap*), ainsi que deux fois 58 variables dichotomes indiquant si les élèves ont bien répondu aux différents items des deux tests.

Pour compléter le test sur ordinateur, les élèves ont dû répondre à un nombre d'items compris entre sept à quatorze, alors que le test papier-crayon a nécessité la réponse à la totalité des 58 items. Le test sur ordinateur réalise donc effectivement une économie de temps appréciable. Ce résultat permet donc de prévoir un gain de temps appréciable si l'on devait utiliser des batteries de tests plus larges.

Nous avons scindé l'étude statistique en trois parties. Dans la première partie, nous analysons s'il existe une différence significative entre les scores obtenus par les tests sur ordinateurs, respectivement sous la forme papier-crayon (hypothèse 1) ainsi qu'entre les classements effectués (hypothèse 2), dans la deuxième partie, nous avons analysé l'effet de l'ordre de passation sur les scores (hypothèse 4) et dans la troisième partie, nous avons analysé certains items, pour voir s'il existe, entre les deux tests, des différences dans le taux de réussite à ces items particuliers (hypothèse 3).

9.2 Comparaison des scores et capacité de classification

Nous commençons par quelques statistiques descriptives des variables *note* et *notepap* qui contiennent respectivement les notes des tests sur ordinateur et des tests papier-crayon.

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
NOTEPA ^P	,6520	,6140	123
NOTE	,5507	,4671	123

Figure 9.1: Statistiques descriptives des scores

On constate que les moyennes sont assez proches (0,652 pour la version papier-crayon contre 0,5507 pour la version ordinateur) et que le test papier-crayon, qui admet une moyenne un peu plus élevée, a également une variance, donc une dispersion plus grande. Nous examinerons plus loin si ces différences sont significatives.

Ensuite, nous établissons la matrice de corrélations entre les deux situations expérimentales.

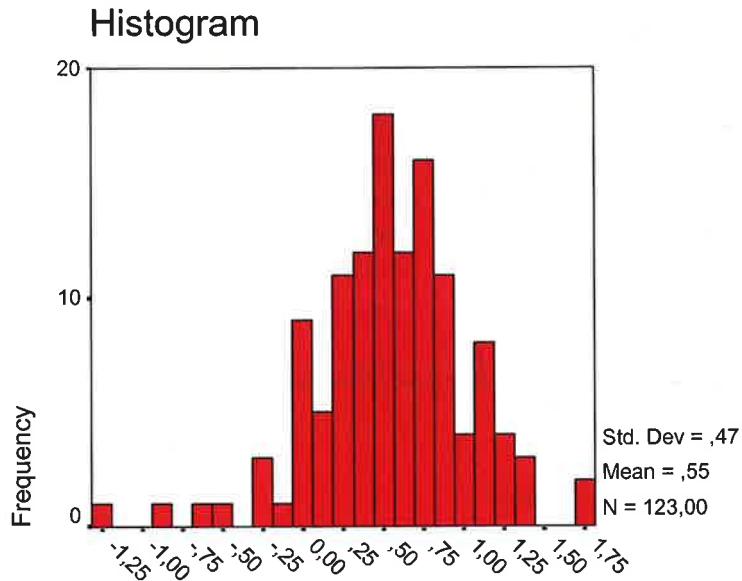
		Correlations	
		NOTE	NOTE
Pearson Correlation	NOTE	1,000	,493**
Sig. (2-tailed)	NOTE	,493**	1,000
N	NOTE	,000	,
	NOTE	123	123
	NOTE	123	123

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Figure 9.2 : Corrélations entre les 2 situations expérimentales

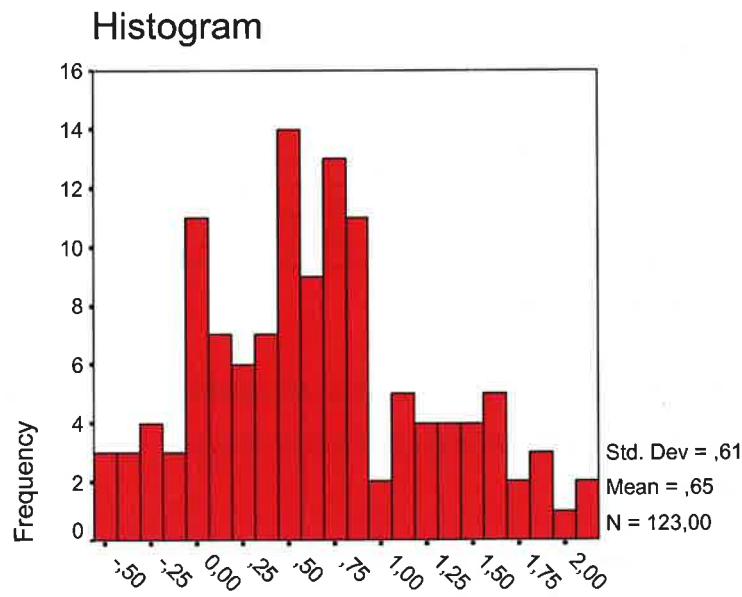
La corrélation entre les résultats du test sur ordinateur et du test papier-crayon est hautement significative (seuil 0,01). Le pouvoir de classification de notre test informatisé est donc comparable à celui du test papier-crayon. L'hypothèse 2 a donc pu être vérifiée.

Puis, nous effectuons un test de comparaison des moyennes des deux variables de scores. Les histogrammes de ces deux variables ci-dessous suggèrent une distribution normale.



NOTE

Figure 9.3 : Histogramme de la variable *note*



NOTEPAP

Figure 9.4 : Histogramme de la variable *notepap*

Pour vérifier cette impression, nous effectuons un test de Kolmogorov-Smirnov, qui confirme effectivement l'adéquation suffisante à la distribution normale, puisque les indices de significativé sont de 0,654 pour la variable *notepap* et de 0,348 pour la variable *note*.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		NOTE	NOTE
N		123	123
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,6210	,5345
	Std. Deviation	,6296	,4835
Most Extreme	Absolute	,064	,081
Differences	Positive	,064	,046
	Negative	-,051	-,081
Kolmogorov-Smirnov Z		,734	,934
Asymp. Sig. (2-tailed)		,654	,348

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Figure 9.5 : Résultat du test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de comparaison des moyennes approprié est donc le test de Student pour échantillons appareillés.

Paired Samples Test

	Paired Differences						t	df	Sig. (2-tailed)			
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference								
				Lower	Upper							
Pair 1	NOTE PAP - NOTE	8,65E-02	,6320	5,48E-02	-2,2E-02	,1949	1,578	122	,117			

Figure 9.6 : Résultat du test de comparaison des moyennes

Il n'y a pas de différence significative entre les moyennes obtenues dans la situation expérimentale du test sur ordinateur et du test papier-crayon.

Finalement, nous comparons encore la fréquence de réussite dans les deux tests. On trouve un taux d'échec de 13,8 % pour la version papier-crayon contre 8,9 % pour la version ordinateur. En effectuant un test du chi deux, on trouve une distance de $\chi^2 = 2,65$, ce qui, pour une loi à un degré de liberté, n'est pas significatif au seuil de 5%. Les résultats et le pourcentage de réussite ne sont pas significativement différents dans la situation ordinateur et la situation papier-crayon.

L'hypothèse 1 est donc également vérifiée.

9.3 Etude de l'effet de l'ordre de passation

Dans cette partie, nous analysons l'effet de l'ordre de passation des deux tests sur les résultats. Pour cela, nous avons créé une variable dichotomique appelée *groupe* qui vaut 1 pour les élèves qui ont d'abord passé le test sur ordinateur et 2 pour ceux qui ont commencé par le test papier-crayon.

Group Statistics					
	ordre de passage	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
NOTE	ordinateur-papier	42	,5674	,4080	6,30E-02
	papier-ordinateur	81	,5420	,4972	5,52E-02
NOTEPAP	ordinateur-papier	42	1,0093	,5580	8,61E-02
	papier-ordinateur	81	,4668	,5601	6,22E-02

Figure 9.8 : Statistiques descriptives des scores suivant la variable *groupe*

En examinant les moyennes des scores suivant les deux sous-groupes ainsi créés, on remarque que la note moyenne du test sur ordinateur ne varie pas beaucoup suivant l'ordre de passation des tests (0,5674 pour ceux qui ont commencé avec le test sur ordinateur contre 0,5420 pour ceux qui ont commencé avec le test papier-crayon), alors que celle du test papier-crayon est plus que deux fois plus grande (1,0093 contre 0,4668) pour le sous-groupe des élèves qui ont commencé avec le test sur ordinateur.

Le test de Student confirme cette impression.

Independent Samples Test									
	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						95% Confidence Interval of the Mean
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	
								,3319	,7531
NOTE	Equal variances assumed	,801	,373	,285	,121	,776	2,541E-02	8,916E-02	-,1511 ,2019
				,303	98,506	,762	2,541E-02	8,376E-02	-,1408 ,1916
NOTEPAP	Equal variances assumed	,415	,520	5,100	121	,000	,5425	,1064	
				5,106	83,362	,000	,5425	,1062	,3312 ,7538

Figure 9.9 : Résultat du test de comparaison des moyennes

En effet, le test de Student montre effectivement que si la situation expérimentale « ordinateur » est présentée en premier lieu, elle ne conduit pas à une différence significative entre les moyennes, alors que, si la situation « papier-crayon » est présentée d'abord, il y a une différence hautement significative entre les moyennes. Cela permet de conclure qu'il y a eu un effet d'apprentissage positif de l'ordinateur à la situation papier-crayon, mais non vice-versa.

Nous effectuons aussi une analyse de la variance multivariée pour vérifier ce résultat, en prenant comme variables dépendantes les variables *note* et *notepap* et comme facteur la variable dichotomique *groupe*.

Le choix de la méthode a été dicté par les considérations suivantes : Notre plan expérimental correspond en fait à un plan factoriel (ou systématique) mixte (Delhomme & Meyer, 1997).

Deux groupes indépendants (facteurs intersujets) de sujets ont été soumis à deux conditions expérimentales (facteurs intrasujets). En effet, si le facteur *groupe* est constitué par l'ordre de passation, tous les sujets n'ont pas participé à ses deux modalités, ce qui nous permet de les séparer en deux groupes indépendants, selon les modalités 1 et 2. Par contre, tous les sujets ont été soumis aux deux modalités du facteur *méthode* (genre du test).

L'analyse de la variance à effectuer correspond donc en fait à la figure d'une analyse de la variance bifactorielle de type mesures mixtes (*two-factor mixed means analysis of variance*) (cf. Turner & Thayes, 2001). Ce plan comprend 4 conditions expérimentales issues du croisement de deux variables à deux modalités chacune, chaque sujet ayant seulement été soumis à la moitié des conditions possibles.

Or, le logiciel SPSS for Windows 7.5 n'est pas directement adapté à ce type de plan expérimental. Pour utiliser le modèle « mesures répétées », il faudrait que tous les sujets aient été soumis aux quatre conditions expérimentales, ce qui n'est pas le cas dans notre étude.

Nous avons donc été réduit à effectuer une analyse unifactorielle multivariée, nous permettant de mesurer l'effet du facteur intersujet *groupe* sur les variables dépendantes constituées par les scores obtenus dans les deux conditions expérimentales ordinateur et papier-crayon.

Tests of Between-Subjects Effects								
Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	NOTE	1.79E-02 ^b	1	1.79E-02	.081	.776	.081	.059
	NOTEPAP	8.140 ^c	1	8.140	26.015	.000	26.015	.999
Intercept	NOTE	34.039	1	34.039	154.827	.000	154.827	1.000
	NOTEPAP	60.262	1	60.262	192.596	.000	192.596	1.000
GROUPE	NOTE	1.79E-02	1	1.79E-02	.081	.776	.081	.059
	NOTEPAP	8.140	1	8.140	26.015	.000	26.015	.999
Error	NOTE	26.602	121	.220				
	NOTEPAP	37.860	121	.313				
Total	NOTE	63.915	123					
	NOTEPAP	98.293	123					
Corrected Total	NOTE	26.620	122					
	NOTEPAP	46.000	122					

a. Computed using alpha = .05

b. R Squared = .001 (Adjusted R Squared = -.008)

c. R Squared = .177 (Adjusted R Squared = .170)

Figure 9.10 : Résultat de l'analyse de variance

Le résultat confirme les résultats précédents. Il existe bien une influence significative de l'ordre de passation sur les notes du test papier-crayon, mais pas sur les notes du test sur ordinateur. En d'autres termes, nous avons pu mettre en évidence un effet d'apprentissage de l'ordinateur sur la situation papier-crayon, mais non inversément. L'hypothèse 4 a donc été vérifiée ; l'ordre de passation a un effet significatif sur les résultats dans le sens où il y a un effet d'apprentissage positif si les items sont d'abord présentés par l'ordinateur.

Au-delà de la contribution théorique à l'étude de validation du test adaptatif informatisé, ce résultat permet de souligner l'utilité pédagogique d'un outil de ce type. Pour l'interpréter, il faudrait tenir compte de la composante motivationnelle. Une étude englobant les facteurs non intellectuels intervenant dans les épreuves de performance aurait dépassé le cadre de ce travail, mais en observant les élèves et en écoutant leurs commentaires, il nous a paru évident que le test sur ordinateur a suscité plus de motivation intrinsèque parmi eux. Etudier les processus affectifs et motivationnels associés à la situation ordinateur et ne se rencontrant pas de la même manière dans la situation papier-crayon constituerait un prolongement intéressant de notre étude.

9.4 Analyse de quelques items

Finalement, nous avons encore examiné s'il y a des différences entre la fréquence de réussite aux items particuliers effectués sur papier ou sur ordinateur. Comme l'ordinateur administre lui-même les questions lors du test adaptatif et que chaque élève doit répondre en principe à une série d'items adaptée à sa capacité, il est clair que tous les items n'ont pas été présentés assez souvent pour pouvoir être soumis à une analyse statistique. Nous nous sommes donc limité aux cinq items qui ont été administré à presque tout le monde, à savoir les items numéros 26, 32, 38, 47 et 52. Ce sont des items de difficulté moyenne qui discriminent bien entre les sujets. Nous avons fait un test de comparaison de la médiane de Wilcoxon pour analyser s'il y a une différence significative du score de réussite de ces items si on les effectue sur ordinateur, respectivement sur papier.

Test Statistics ^c					
	P26 - Q26	P32 - Q32	P38 - Q38	P47 - Q47	P52 - Q52
Z	-1,260 ^a	-1,886 ^b	-,447 ^a	-,849 ^a	-1,000 ^a
Asymp. Sig. (2-tailed)	,208	,059	,655	,396	,317

a. Based on positive ranks.

b. Based on negative ranks.

c. Wilcoxon Signed Ranks Test

Figure 9.11 : Résultat du test de Wilcoxon

Le résultat de ce test est tout à fait positif. Au seuil de 5 %, il n'y a pour aucun item une différence significative entre la réussite sur ordinateur respectivement sur papier, ce qui montre que les élèves de septième n'ont en général pas plus de problèmes de résoudre un test de mathématiques sur ordinateur que sur papier et que, si l'on fait une analyse différentielle par rapport aux items réussis et non réussis, il n'y a pas de différence entre les deux méthodes de présentation.

Remarquons cependant que pour l'item 32, le résultat est moins concluant que pour les quatre autres. En fait, l'item 32 était assez mal adapté pour un test sur ordinateur. C'était l'item suivant :

Item numéro 32 :

In der Samenhandlung hängt folgende Preisliste aus:

25 Erdbeerpflanzen:	200 F
20 g Gemüsesamen:	35 F
25 Kohlpflanzen:	87 F
Zwiebeln pro Kilogramm:	80 F

Der Lehrling hat für einen Kunden folgende Rechnung aufgestellt. Vervollständige sie!

Rechnung Nr: 3587 vom 10. April 1996 für Frau Irene Müller

Artikel		Betrag
3 Tüten Kunstdünger	$3 \cdot 275$	825
0,5 kg Zwiebeln	

Les instructions étaient de ne taper que ce qui devrait se trouver à l'endroit des cinq points. La bonne réponse était donc de taper simplement le nombre 40. Il y avait cependant un certain nombre d'élèves qui ont tapé $2 \times 40 = 80$, ce que l'ordinateur a considéré comme mauvaise réponse.

L'hypothèse 3 a donc également été vérifiée : la probabilité de réussite des items particuliers et donc la possibilité de dépistage des difficultés individuelles est comparable dans les 2 situations.

9.5 Conclusion

Les qualités psychométriques intrinsèques d'un test adaptatif informatisé dépendent de son mode de construction et sont liés aux modèles IRT. Nous les avons largement exposés dans notre rapport du projet de recherche postdoctoral BFR 98/027 (Schiltz, 1999).

Dans notre étude de valorisation nous n'avions plus besoin de revenir sur ce point, mais nous avons voulu comparer l'efficience de notre logiciel en matière

d'évaluation des performances des élèves avec celle de la situation standard papier-crayon à laquelle ils ont été habitués depuis le début de leur scolarité. Nous sommes partis de l'idée que, si les capacités de mesure des performances, de classification et de discrimination se montrent comparables, notre logiciel a prouvé sa supériorité grâce à ses qualités de puissance, de flexibilité et d'économie inhérents à sa construction et par ses effets psychologiques favorables, liés au fait qu'il évite de décourager et d'ennuyer inutilement les élèves. Nos attentes générales ont été formulées en quatre hypothèses opérationnelles, qui ont été soumises à la vérification statistique.

Nos quatre hypothèses ont été vérifiées, en comparant notre test informatisé à la forme standard papier-crayon, ce qui constitue une confirmation indirecte de la validité interne de notre test. Les limites temporelles assignées à notre étude ne nous ont pas permis d'étudier la validité externe de notre test, en utilisant par exemple les scores scolaires obtenus par les élèves à la fin de l'année ou les résultats d'un test d'intelligence classique.

Puisque ces résultats sont concluants, l'utilité du test adaptatif informatisé que nous avons construit a été démontré de manière scientifique et le logiciel pourra être exploité pour l'orientation et l'évaluation formative et cognitive des savoir et savoir faire des élèves.

Du point de vue pratique, la valorisation scientifique de notre logiciel permettra de passer à la phase d'application pédagogique. La taxonomie pourra servir de guide pour l'élaboration des futures épreuves standardisées, élaborées dans le cadre du passage primaire-postprimaire. En effet elle permettra de réaliser des tests plus conformes au fonctionnement cognitif des élèves. D'autre part, elle donnera une base scientifique à l'évaluation formative et sommative continue des élèves en mathématiques.

En plus des applications pédagogiques immédiates, elle permettra de passer à l'exploitation de toutes les possibilités du logiciel, comme le transfert à d'autres données et à d'autres populations.

Elle permettra en outre de développer des épreuves standardisées regroupées selon les compétences sous-jacentes à examiner, donnant la possibilité d'obtenir un

profil des compétences de chaque élève et de l'aider d'une manière plus spécifique par rapport à ses faiblesses, en représentation spatiale, en connaissances procédurales et en raisonnement mathématiques, en développant des stratégies compensatoires adéquates. En effet, il ne suffit pas de dire qu'un élève est faible en mathématiques, mais il faut savoir exactement quelles compétences latentes sont en jeu.

Il sera plus facile de rassurer un élève démotivé, ayant subi des échecs scolaires, par rapport à ses compétences latentes, si l'on dispose d'un instrument de mesure se situant à mi-chemin entre les tests d'intelligence classiques, trop éloignés de la pratique pédagogique et des épreuves scolaires standardisées, trop axés sur les programmes et ne permettant pas le dépistage des compétences réelles.

Une application particulièrement intéressante est le dépistage de "l'underachievement", à un moment, où une évolution défavorable et un blocage pernicieux de certains élèves surdoués peuvent encore être évités.

En général, les liens entre la recherche fondamentale, par exemple au niveau de l'établissement d'une structure hiérarchique du fonctionnement cognitif et entre la recherche appliquée en pédagogie, par exemple au niveau de l'élaboration d'épreuves d'évaluation, devraient être plus serrés.

Notre recherche permet de nombreux prolongements ultérieurs dans le domaine du fonctionnement cognitif et dans le domaine des applications pédagogiques.

Annexe

LA BANQUE D'ITEMS DU LOGICIEL

On donne ci-dessous la liste des items retenus pour faire partie de la banque d'items du logiciel.

Item numéro 1 :

Berechne im Kopf.

$$51+37+53+149=$$

Item numéro 2 :

Berechne im Kopf.

$$53+527=$$

Item numéro 3 :

Berechne im Kopf.

$$90:5=$$

Item numéro 4 :

Berechne im Kopf.

$$1999-430=$$

Item numéro 5 :

Berechne im Kopf.

$$10 \cdot 7 \cdot 0 \cdot 20 =$$

Item numéro 6 :

Berechne im Kopf.

$$400 \cdot 12 =$$

Item numéro 7 :

Berechne im Kopf.

$$21 + 9 : 3 =$$

Item numéro 8 :

Berechne im Kopf.

$$(8 + 40) : 4 =$$

Item numéro 9 :

Berechne im Kopf.

$$609 + \dots = 700$$

Item numéro 10 :

Berechne im Kopf.

$$\dots - 429 = 299$$

Item numéro 11 :

Mache als Tafelrechnung am freigelassenen Platz.

17321-2735-87

Item numéro 12 :

Mache als Tafelrechnung am freigelassenen Platz.

27·483

Item numéro 13 :

Mache als Tafelrechnung am freigelassenen Platz.

5208:14

Item numéro 14 :

Mache einen Überschlag! Kreuze jeweils die Zahl an, welche dem Resultat der angeschriebenen Rechnung am nächsten kommt.

72·31

210 2100 750 21000 Keine Ahnung

Item numéro 15 :

Mache einen Überschlag! Kreuze jeweils die Zahl an, welche dem Resultat der angeschriebenen Rechnung am nächsten kommt.

8023:98

8000 80 8 800 Keine Ahnung

Item numéro 16 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

1,91.....1,191

Item numéro 17 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

$0,01 \dots \dots 0,010$

Item numéro 18 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

$\frac{7}{12} \dots \dots \frac{7}{11}$

Item numéro 19 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

$\frac{7}{12} \dots \dots \frac{5}{8}$

Item numéro 20 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

$\frac{70}{120} \dots \dots \frac{10}{16}$

Item numéro 21 :

Setze das richtige Zeichen ($>$, $<$, $=$).

$\frac{3}{4} \text{ h} \dots \dots 45 \text{ min}$

Item numéro 22 :

Ergänze.

$2 \text{ m} = \dots \dots \text{ dm}$

Item numéro 23 :

Ergänze.

$$3,2 \text{ kg} = \dots \text{ g}$$

Item numéro 24 :

Ergänze.

$$1 \text{ min } 12 \text{ s} = \dots \text{ s}$$

Item numéro 25 :

Ergänze.

$$2500 \text{ kg} = 2,5 \dots$$

Item numéro 26 :

Ergänze.

$$3 \text{ cm } 2 \text{ mm} = \dots \text{ mm}$$

Item numéro 27 :

Hier sind fünf Zahlen:

22738 76372 21670 13655 35742

Welche von ihnen ist teilbar durch 4?

Item numéro 28 :

Hier sind fünf Zahlen:

22738 76372 21670 13655 35742

Welche von ihnen ist teilbar durch 3 ?.....

Item numéro 29 :

Hier sind fünf Zahlen:

22738

76372

21670

13655

35742

Welche von ihnen ist gleichzeitig teilbar durch 2 und durch 5 ?

Item numéro 30 :

Die Zahl 6352 ist nicht teilbar durch 9. Wieviel muß man mindestens zu der Zahl 6352 hinzuzählen damit sie durch 9 teilbar wird?

Deine Antwort:

Item numéro 31 :

In der Samenhandlung hängt folgende Preisliste aus:

Kunstdünger pro Tüte:	275 F
25 Erdbeerpfanzen:	200 F
20 g Gemüsesamen:	35 F
25 Kohlpflanzen:	87 F
Zwiebeln pro Kilogramm:	80 F

Der Lehrling hat für einen Kunden folgende Rechnung aufgestellt. Vervollständige sie!

Rechnung Nr: 3587 vom 10. April 1996 für Frau Irene Müller

Artikel		Betrag
3 Tüten Kunstdünger	3·275=	

Item numéro 32 :

In der Samenhandlung hängt folgende Preisliste aus:

Kunstdünger pro Tüte:	275 F
25 Erdbeerpflanzen:	200 F
20 g Gemüsesamen:	35 F
25 Kohlpflanzen:	87 F
Zwiebeln pro Kilogramm:	80 F

Der Lehrling hat für einen Kunden folgende Rechnung aufgestellt. Vervollständige sie!

Rechnung Nr: 3587 vom 10. April 1996 für Frau Irene Müller

Artikel	Betrag
0,5 kg Zwiebeln	

Item numéro 33 :

Hier sind zwei Brüche : $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{4}$

Welcher der beiden Brüche ist größer als 1 ?

Item numéro 34 :

Hier sind zwei Brüche : $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{4}$

Welcher der beiden Brüche liegt auf dem Zahlenstrahl am nächsten bei 1 ?

Item numéro 35 :

Hier ist eine Zahlenfolge. Suche die folgende Zahl.

569 548 527 506

Item numéro 36 :

Hier ist eine Zahlenfolge. Suche die folgende Zahl.

14 8 16 10 20 14 28

Item numéro 37 :

Ist der folgende Satz wahr oder falsch? Kreuze an!

57 ist eine Primzahl	<input type="radio"/> wahr	<input type="radio"/> falsch
----------------------	----------------------------	------------------------------

Item numéro 38 :

Ist der folgende Satz wahr oder falsch? Kreuze an!

Das Produkt von zwei Primzahlen ist nie eine Primzahl	<input type="radio"/> wahr	<input type="radio"/> falsch
---	----------------------------	------------------------------

Item numéro 39 :

Ist der folgende Satz wahr oder falsch ? Kreuze an !

Die Diagonalen eines Rechteckes stehen senkrecht zueinander	<input type="radio"/> wahr	<input type="radio"/> falsch
---	----------------------------	------------------------------

Item numéro 40 :

Ist der folgende Satz wahr oder falsch? Kreuze an!

Die gegenüberliegenden Seiten eines Rechtecks sind parallel	<input type="radio"/> wahr	<input type="radio"/> falsch
---	----------------------------	------------------------------

Item numéro 41 :

Ist der folgende Satz wahr oder falsch? Kreuze an!

Ein Würfel hat 6 quadratische Seitenflächen	<input type="radio"/> wahr	<input type="radio"/> falsch
---	----------------------------	------------------------------

Item numéro 42 :

Hier ist die Breite eines Rechteckes:



Vervollständige das Rechteck, wenn du weißt, daß seine Länge doppelt so groß wie die Breite ist.

Item numéro 43 :

Wenn du weißt, daß $72 \cdot 28 = 2016$ ergibt, ergänze folgende Rechenaufgabe, ohne zusätzliche schriftliche Berechnungen.

$$36 \cdot 28 =$$

Item numéro 44 :

Du darfst die Ziffern **7** **2** **0** **9** und das Komma jeweils einmal benutzen.

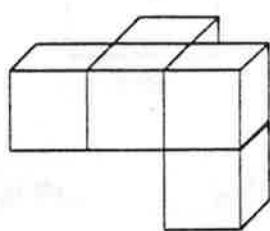
Welches ist die kleinste Dezimalzahl, die du mit diesen Zeichen bilden kannst?

Deine Antwort:

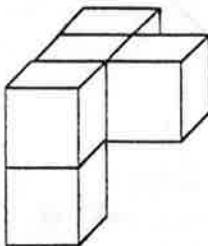
Item numéro 45 :

Hier sind 5 Würfel aus verschiedenen Blickwinkeln gesehen. Welche Figur unterscheidet sich von den anderen?

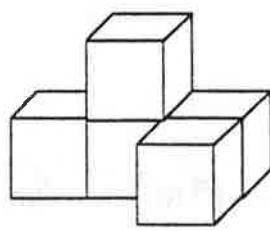
Umkreise die richtige Antwort.



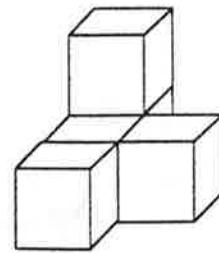
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4

Keine

Figur 1

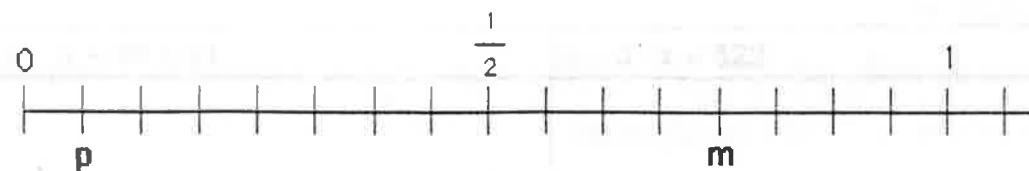
Figur 2

Figur 3

Figur 4

Item numéro 46 :

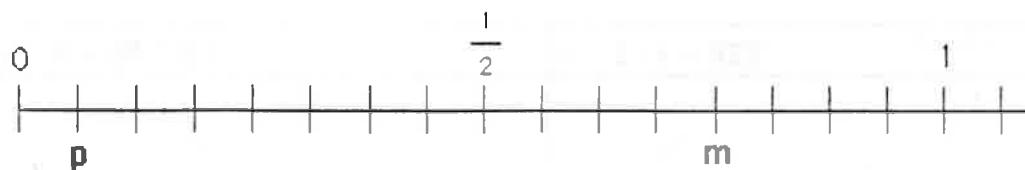
Bestimme den Bruch, welcher durch den Buchstaben m auf dem Zahlenstrahl dargestellt ist.



$$m = \dots$$

Item numéro 47 :

Bestimme den Bruch, welcher durch den Buchstaben p auf dem Zahlenstrahl dargestellt ist.

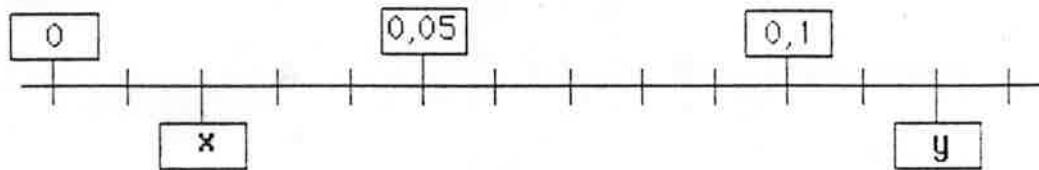


$$p = \dots$$

Item numéro 48 :

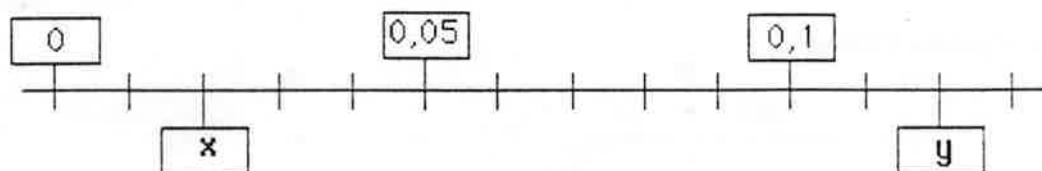
Bestimme die Dezimalzahl, welche durch den Buchstaben y auf dem Zahlenstrahl dargestellt ist?

$$y = \dots$$



Item numéro 49 :

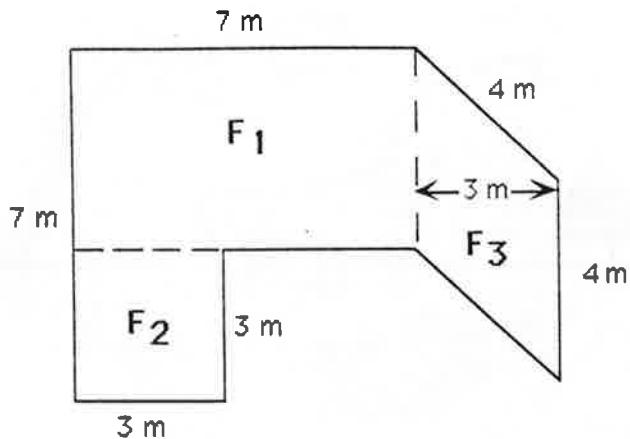
Bestimme die Dezimalzahl, welche durch den Buchstaben x auf dem Zahlenstrahl dargestellt ist?



$$x = \dots$$

Item numéro 50 :

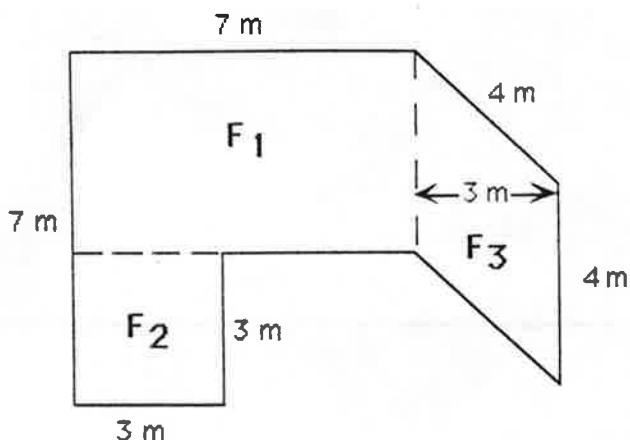
Berechne die Fläche F_1 .



$$F_1 = \dots \text{ m}^2$$

Item numéro 51 :

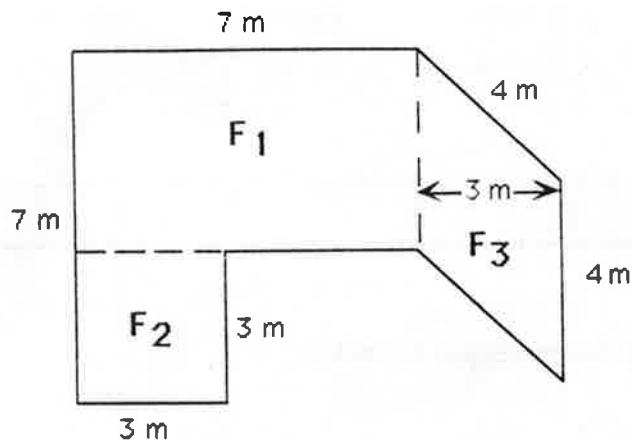
Berechne die Fläche F_2 .



$$F_2 = \dots \text{ m}^2$$

Item numéro 52 :

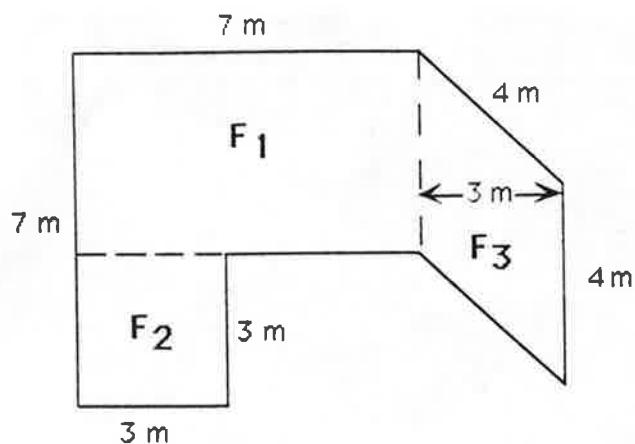
Berechne die Fläche F_3 .



$$F_3 = \dots \text{ m}^2$$

Item numéro 53 :

Berechne den Umfang der Figur.



Der Umfang der Figur beträgt m.

Item numéro 54 :

Löse folgende Gleichung in dem vorgesehenen Kasten.

$$x + 26 = 81$$

Item numéro 55 :

Löse folgende Gleichung in dem vorgesehenen Kasten.

Item numéro 56 :

A
+

B
+

+

Zeichne die Strecke [AB].

Item numéro 57 :

A
+
+

B
+
+

+

C

Miß und stelle fest: Die Strecke [AB] ist cm lang.

Item numéro 58 :

A
+
+

B
+
+

+

C

Zeichne die Halbgerade [CA)

42) Item numéro 59 :

A
+
+

B
+
+

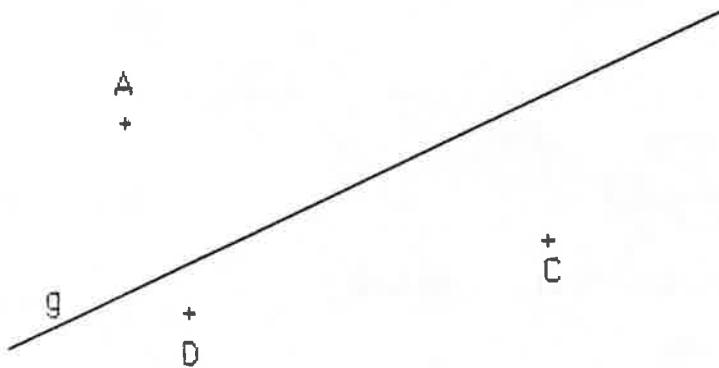
+

C

Konstruiere zu der Geraden g die Senkrechte durch den Punkt C.

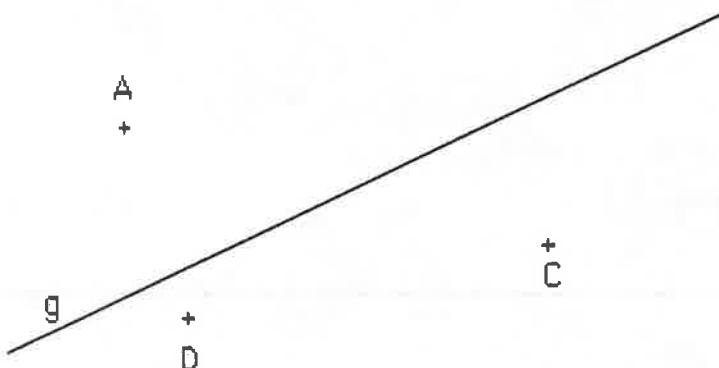
Item numéro 60 :

Zeichne, miß und stelle fest:



Der Abstand des Punktes **A** von der Geraden **g** beträgt cm.

Item numéro 61 :



Zeichne die Parallele zu **g** durch den Punkt **D**.

Item numéro 62 :

Diese Eintrittsscheine wurden während drei Tagen an der Kinokasse verkauft:

	Montag	Dienstag	Mittwoch
Der erste verkauft Schein trug die Nummer	120	387	501
Der letzte verkauft Schein trug die Nummer	386	500	713

Wieviele Eintrittsscheine wurden am Montag verkauft?

Item numéro 63 :

Diese Eintrittsscheine wurden während drei Tagen an der Kinokasse verkauft:

	Montag	Dienstag	Mittwoch
Der erste verkauft Schein trug die Nummer	120	387	501
Der letzte verkauft Schein trug die Nummer	386	500	713

Wieviele der Eintrittsscheine, die am Dienstag verkauft wurden, trugen wenigstens eine Ziffer 4?

BIBLIOGRAPHIE

Adèr H.J. & Mellenbergh G.J., (1999), *Research Methodology in the Social, Behavioural & Life Sciences*, London : SAGE Publications.

Albers D.J. & Alexanderson G.L., (1985), *Mathematical people : Profiles and interviews*, Boston : Birkhauser.

Alderman D.L., Swinton S.S. & Braswell J.S., (1979), Assessing basic arithmetic skills and understanding across curricula : Computer-assisted instruction and compensatory education, *J. Children's Math. Behav.*, **2**, p.3-28.

Ashcraft M.H., (1992), Cognitive arithmetic : A review of data and theory, *Cognition*, **44**, p.75-106.

Ausubel D.P., (1968), *Educational psychology : A cognitive view*, New York : Holt, Rinehart & Winston.

Bacher F. & Dickes P., (1994), Les méthodes statistiques en psychologie différentielle : perspectives de développement, *Psychologie Française*, **29**, p.9-15.

Bavaud F., Capel R., Crettaz de Roten F. & Müller J.P., (1996), *Guide de l'analyse statistique de données avec SPSS 6*, Genève : Slatkine.

Benzécri J.P., (1973), *L'analyse des données*, Paris : Dunod.

Brink P.J & Wood M.J., (1998), *Advanced design in nursing research*, London : SAGE Publications.

Brownell W.A., (1935), Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic, Dans : W.D. Reeve (ed), *The teaching of arithmetic : The tenth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, p.1-31, New York : Teachers College Press.

Bruner J.S., (1960), *The process of education*, Cambridge, MA : Harvard University Press.

Bruner J.S., (1962), Introduction, Dans : L.S. Vigotsky, *Thought and language*, Cambridge, MA : MIT Press.

Bruner J.S., (1966), *Towards a theory of instruction*, Cambridge MA : Harvard University Press.

Bruner J.S. & Erlwanger S.H., (1973), Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics, *J. Children's Math. Behav.*, **1**, p.7-26.

Canisia M., (1962), Mathematical ability as related to reasoning and use of symbols, *Educational and Psychological Measurement*, **22**, p.105-127.

Carpenter T.P., (1980), Cognitive development and mathematics learning, Dans : R. Shumway (ed), *Research in mathematics education*, p.146-206, Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Carpenter T.P. & Moser J.M., (1983), The acquisition of addition and subtraction concepts, Dans : R. Lesh & M. Landau (eds), *The acquisition of mathematical concepts and processes*, p.7-44, New York : Academic Press.

Carpenter T.P. & Moser J.M., (1984), The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three, *Journal for Research in Mathematics Education*, **15**, p.179-202.

Carpenter T.P., Just M.A. & Shell P., (1990), What one intelligence test measures : A theoretical account of the processing in the Raven Matrices Test, *Psychological Review*, **97**, p.404-431.

Carroll J.B., (1993), *Human cognitive abilities : A survey of factor-analytic studies*, New York : Cambridge University Press.

Carroll J.B., (1996), Mathematical Abilities: Some Results From Factor Analysis, Dans : R.J. Sternberg & T. Ben-Zeev (eds), *The Nature of Mathematical Thinking*, Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Case R. & Bereiter C., (1982), *From behaviorism to cognitive development : Steps in the evolution of instructional design*, Proceedings of the Conference for Educational Technology in the 80s, Caracas, Venezuela.

Cattell R.B., (1966), The scree test for the number of factors, *Multivariate Behavioral Research*, 1, p.245-276.

Cattell R.B., (1971), *Abilities : Their structure, growth, and action*, Boston : Houghton Mifflin.

Cattell R.B. & Horn J.L., (1978), A check on the theory of fluid and crystallized intelligence with description of new subtest designs, *Journal of Educational Measurement*, 15, p.139-164.

Ceci S.J., (1990), *On intelligence ... more or less : A bioecological treatise on intellectual development*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.

Ceci S.J. & Liker J.K., (1986), A day at the races : A study of IQ, expertise, and cognitive complexity, *Journal of Experimental Psychology : General*, 115, p.255-266.

Chein I., (1939), Factors in mental organization, *Psychological Record*, 3, p.71-94.

Chi M.T., Glaser R. & Farr M.J. (eds), *The nature of expertise*, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Chomsky N., (1965), *Aspects of the theory of syntax*, Cambridge, MA : MIT Press.

- Cobb P., Wood T. & Yackel E., (1991), A constructivist approach to second grade mathematics, Dans : E. von Glaserfeld (ed), *Constructivism in mathematics Education*, p.157-176, Dordrecht : Kluwer.
- Cobb P., Wood T., Yackel E. & McNeal G., (1992), Characteristics of classroom mathematics traditions : An interactional analysis, *American Educational Research Journal*, **29**, p.573-602.
- Cohen A.D., (1994), The hierarchy of consistency : A review and model of longitudinal findings on adult individual differences in intelligence, personality and self-opinion, *Personality and Individual Differences*, **5**, p.11-25.
- Coombs C.H., (1941), A factorial study of number ability, *Psychometrika*, **6**, p.161-189.
- Coxon A.P.M., (1982), *The user's guide to multidimensional scaling*, London : Heinemann.
- Davydov V.V., (1990), *Types of generalization in instruction : Logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (Soviet Studies in Mathematics Education, vol. 2), Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- Davis R.B., (1984), *Learning mathematics : The cognitive science approach to mathematics education*, Norwood, NJ : Ablex.
- Davis R.B., (1990), How computer help us understand people, *International Journal of Educational Research*, **14**(1), p.93-100.
- Davis R.B. & Goffree F., (1991), Mathematics : Elementary-school Programs, Dans : A. Lewy, *The International Encyclopedia of Curriculum*, p.821-825, Oxford : Pergamon Press.
- Davis R.B. & McKnight C., (1980), The influence of semantic content on algorithmic behavior, *J. Math. Behav*, **3**, p.39-87.

De Corte E., Greer B. & Verschaffel L., (1996), Mathematics Teaching and Learning, Dans : Berliner, *Handbook of Educational Psychology*, p.491-549.

De Corte E. & Verschaffel L., (1988), Computer simulation as a tool in research in problem solving in subject-matter domains, *International Journal of Educational Research*, 12, p.49-69.

Dehaene S., Tzourio N., Frak V., Raynaud L. et al., (1996), Cerebral activities during number multiplication and comparison : A PET study, *Neuropsychologica*, 34, p.1097-1106.

Delacour J., (1998), *Une introduction aux neurosciences cognitives*, Bruxelles : De Boeck Université.

Delannoy C. & Passegand J.C., (1992), *L'intelligence peut-elle s'éduquer ?*, Paris : Hachette Education.

Delhomme P. & Meyer T., (1997), *Les projets de recherche en psychologie sociale*, Paris : Armand Colin/Masson.

Dickes P., (1986), Du modèle exploratoire au modèle confirmatoire en sciences sociales, *Actes du Colloque « Doctrines, sciences ou pratiques sociales »*, p. 75-85 , Nancy : Presses Universitaires de Nancy.

Dickes P., (1996), L'analyse factorielle linéaire et ses deux logiques d'application, *psychologie française*, 41-1, p.9-22.

Dickes P., Tournois J., Flieller A. & Kop J.L., (1994), *La psychométrie*, Paris : PUF.

Dye N.W. & Very P.S., (1968), Growth changes in factorial structure by age and sex, *Genetic Psychology Monographs*, 31, p.674-685.

Ekstrom R.B., French J.W. & Harman H.H., (1979), Cognitive factors : Their identification and replication, *Multivariate Behavioral Research Monographs*, 79(2).

Ericsson K.A. & Charness N., (1994), Expert performance : Its structure and acquisition, *American Psychologist*, **49**, p.725-747.

Fillenbaum S. & Rapoport A., (1971), *Structures in the subjective lexicon*, New York : Academic Press.

Flavell J.H., (1977), *Cognitive development*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.

French J.W., (1951), The description of aptitude and achievement tests in terms of rotated factors, *Psychometric Monographs*, **5**.

Gagné R.M., (1965), *The conditions of learning*. New York : Holt, Rinehart & Winston.

Gallistel C.R. & Gelman R., (1992), Preverbal and verbal counting and computation, *Cognition*, **44**, p.43-74.

Gardner H., (1993a), *Histoire de la révolution cognitive*, Paris : Payot.

Gardner H., (1993b), *Multiple Intelligence*, New York : Basic Books.

Gardner H., (1997), Developmental Views of Multiple Intelligence, Dans : G.O. Mazier (ed), *Twenty-year commemoration to the life of A.R. Luna (1902-1977)*, p.61-79, New York : Semenenko Foundation.

Gardner H., (1999), *Intelligence Reframed*, New York : Basic Books.

Geary D.C., (1994), *Children's Mathematical Development*, Washington, DC : American Psychological Association.

Geary D.C., Bow-Thomas C.C. & Yao Y., (1992), Counting knowledge and skill in cognitive addition : A comparison of normal and mathematically disabled children, *Journal of Experimental Child Psychology*, **54**, p.372-391.

- Geary D.C., Bow-Thomas C.C., Fan L. & Siegler R.S., (1993), Even before formal instruction, Chinese children outperform American children in mental addition, *Cognitive Development*, **8**, p.517-529.
- Geary D.C. & Brown S.C., (1991), Cognitive addition : Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal and mathematically disabled children, *Developmental Psychology*, **27**, p-398-406.
- Geary D.C. & Burlingham-Dubree M., (1988), External validation of the strategy choice model for addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, **47**, p.175-192.
- Geary D.C. & Widaman K.F., (1987), Individual differences in cognitive arithmetic, *Journal of Experimental Psychology : General*, **116**, p.154-171.
- Geary D.C. & Widaman K.F., (1992), Numerical cognition : On the convergence of componential and psychometric models, *Intelligence*, **16**, p.47-80.
- Gelman R. & Gallistel C.R., (1978), *The child's understanding of number*, Cambridge, MA : Harvard University Press.
- Ginsburg H., (1977), *Children's arithmetic : The learning process*, New York : Van Nostrand.
- Goldin G.A., (1992), On developing a unified model for the psychology of mathematical learning and problem solving, Dans : W. Geeslin & K. Graham (eds), *Proceedings of the Sixteenth Annual meeting of the International Group for the psychology of Mathematics Education*(Vol 3), p.235-261, Durham : University of New Hampshire.
- Guilford J.P., (1956), The Structure of Intellect, *Psychol. Bull.*, **53**, p.267-293.
- Guilford J.P., (1967), *The Nature of Human Intelligence*, New York : Mc Graw Hill.

Gustafsson J.-E., (1988), Hierarchical models of individual differences in cognitive abilities, Dans : R.J. Sternberg (ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*, vol.4, p.35-71, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Gustafsson J.-E. & Balke G., (1993), General and specific abilities as predictors of school achievement, *Multivariate Behavioral Research*, **28**, p.407-434.

Goodman C.H., (1943), A factorial analysis of Thurstone's sixteen Primary Mental Ability tests, *Psychometrika*, **8**, p.141-151.

Greeno J.G., (1980), Psychology of learning, 1960-1980 : One participant's observation, *American Psychologist*, **35**, p.713-728.

Greeno J.G., (1987), Instructional representations based on research about understanding, Dans : A.H. Schoenfeld (ed), *Cognitive science and mathematics education*, p.61-88, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Guthrie G.M., (1963), Structure of abilities in a non-Western culture, *Journal of Educational Psychology*, **54**, p.94-103.

Guttman L., (1953), Image theory for the structures of quantitative variates, *Psychometrika*, **18**, p.277-296.

Hadamard J., (1954), *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*, New York : Dover.

Hammond S., (2000), Introduction to Multivariate Data Analysis, Dans : G.M. Breakwell, S. Hammond & C. Fife-Schaw, *Research methods in psychology*, p.372-396, London : Sage Publications.

Halberstadt J.B. & Niedenthal P.M., (1997), Emotional state and the use of stimulus dimensions in judgement, *Journal of Personality and Social Psychology*, **72**(5), p.1017-1033.

Hashimoto Y., Sawada T., (1979), *Mathematics program in Japan*, Tokyo : National Institute for Educational Research.

Hiebert J. & Carpenter T.P., (1982), Piagetian tasks as readiness measures in mathematics instruction : A critical review, *Educational Studies in Mathematics*, **13**, p.329-345.

Humphreys L.G., Lubinski D. & Yao G., (1993), Utility of predicting group membership : Exemplified by the roles of spatial visualization in becoming an engineer, physical scientist, or artist, *Journal of Applied Psychology*, **78**, p.250-261.

Hunt E., Lunneborg C. & Lewis J., (1975), What does it mean to be high verbal ?, *Cognitive Psychology*, **7**, p.194-227.

Husén T. (ed.), (1967) *International Study of Achievement in Mathematics : A Comparison of Twelve Countries*, Vols 1 et 2, New York : Wiley.

Ilg F. & Ames L.B., (1962), Development trends in arithmetic, *Journal of Genetic Psychology*, **79**, p.3-29.

Jastak J.F. & Jastak F.R., (1978), *Wide Range Achievement Test (WRAT)*, Wilmington, DE : Jastak Associates.

Jensen A.R., (1980), *Bias in mental testing*, New York : The Free Press.

Jensen A.R., (1990), Speed of information processing in a calculating prodigy, *Intelligence*, **14**, p.259-274.

Jöreskog K.G., (1970a), A general method for analysis of covariance structures, *Biometrika*, **57**, p.239-251.

Jöreskog K.G., (1970b), Estimating and testing of simplex models, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **23**, p.121-145.

Jöreskog K.G., (1973), A general method for estimating a linear structural equation system, Dans A.S. Goldberger & O.D. Duncan (eds), *Structural equation models in the social sciences*, p.85-112, New York : Seminar Press.

Judd C.H., (1928), The fallacy of treating school subjects as “tool subjects”, Dans J.R. Clark & W.D. Reeve (eds), *Selected topics in the teaching of mathematics* (3rd Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, p.1-10, New York : Columbia University, Teachers College.

Kaiser H.F., (1960), The application of electronic computers to factor analysis, *Educational and Psychological Measurement*, **20**, p.141-151.

Kaiser H.F. & Caffrey J., (1965), Alpha factor analysis, *Psychometrika*, **30**, p.1-14.

Keating D.P., List J.A. & Merriman W.E., (1985), Cognitive processing and cognitive ability : A multivariate validity investigation, *Intelligence*, **9**, p.149-170.

Krathwohl D.R., Bloom B.S. & Masia B.B, (1956), *Taxonomy of Educational Objectives. The Classification of Educational Goals : Handbook I : Cognitive Domain*, New York : David McKay Company INC.

Krusetskii V.A., (1976), *The psychology of mathematical abilities in school children*, Chicago : University of Chicago Press.

Kruskal J.B., (1964a), Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a non-metric hypothesis, *Psychometrika*, **29**, p.1-27.

Kruskal J.B., (1964b), Non metric multidimensional scaling : a numerical method, *Psychometrika*, **29**, p.115-129.

Kruskal J.B. & Wish M., (1978), *Multidimensional scaling*, Beverly Hills, CA : Sage Publications.

- Kuhl J., (1985), Volitional mediators of cognition-behavior consistency : Self-regulatory processes and action versus state orientation, Dans : J. Kuhl & J. Beckman (eds), *Action control : From cognition to behavior*, p. 101-128, Berlin : Springer.
- Kyllonen P.C. & Christal R.E., (1989), Cognitive modeling of learning abilities : A status report of LAMP, Dans : R.F. Dillon & J.W. Pellegrino (eds.), *Testing : Theoretical and applied perspectives*, p.146-173, New York : Praeger.
- Lampert M., (1986), Knowing, doing, and teaching multiplication, *Cognition and instruction*, 3, p.305-342.
- LeDoux J.E., (1996), *The emotional brain : The mysterious underpinnings of emotional life*, New York : Simon and Schuster, Inc.
- Lewis A.B. & Mayer R.E., (1987), Student's miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems, *Journal of Educational Psychology*, 79, p.363-371.
- Lindvall C.M & Bolvin J.O., (1967), Programmed instruction in the schools : An application of programming principles in individually Prescribed Instruction. Dans : P.C. Lange (ed), *Programmed instruction : Sixty-sixth yearbook of the National Society for the Study of Education*, p.217-254, Chicago : University of Chicago Press.
- Lingoes J.C., (1971), Some boundary conditions for a monotone analysis of symmetric matrices, *Psychometrika*, 36, p.195-203.
- Lingoes J.C., (1972), A general survey of the Guttman-Lingoes nonmetric program series, Dans : R.N. Shepard, A. Romney & S. Nerlove (eds), *Multidimensional scaling : Theory and applications in the behavioral sciences*, Vol 1 : *Theory*, New York : Seminar Press.
- Little T.D. & Widaman K.F., (1994), A production task evaluation of individual differences in mental addition skill development: Internal and external validation of chronometric models, *Journal of Experimental Child Psychology*.

- Lubinski D. & Humphreys L.G., (1990), A broadly based analysis of mathematical giftedness, *Intelligence*, **14**, p.327-355.
- Maher C.A., Davis R.B. & Alston A., (1991), Implementing a “thinking curriculum” in mathematics, *Journal of Mathematical Behaviour*, **10**, p.219-224.
- Mandler G. & Shebo B.J., (1982), Subitizing : An analysis of its component processes, *Journal of Experimental Psychology : General*, **111**, p.1-22.
- Marshalek B., Lohman D.F. & Snow R.E., (1983), The complexity continuum in the radex and hierarchical models of intelligence, *Intelligence*, **7**, p.107-127.
- Mayer R.E., (1981), Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories and templates, *Instructional Science*, **10**, p.135-175.
- McLeod D.B., (1990), Information-processing theories and mathematics learning : The role of affect, *International Journal of Educational Research*, **14**, p.13-29.
- Meyers C.E. & Dingman H.F., (1960), The structure of abilities at the preschool ages : Hypothesized domains, *Psychological Bulletin*, **57**, p.514-532.
- Murray J.E., (1949), An analysis of geometric ability, *Journal of Educational Psychology*, **40**, p.118-124.
- Nesher P. & Kilpatrick J. (eds.), (1990), *Mathematics and cognition : A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Cambridge, England : Cambridge University Press.
- Newell A. & Simon H.A., (1972), *Human problem solving*, Englewood cliffs, NJ : Prentice Hall.
- Newman D., Griffin P. & Cole M., (1989), *The construction zone : Working for cognitive change in school*, Cambridge : Cambridge University Press.

Osborne R.T. & Lindsey J.M., (1967), A longitudinal investigation of change in the factorial composition of intelligence with age in young school children, *Journal of Genetic Psychology*, **110**, p.49-58.

Papert S., (1980), *Children, Computers and Powerful Ideas*, New York : Basic Books.

Pawlak K., (1966), Concepts in human cognition and aptitudes, Dans : R.B. Catell (ed), *Handbook of multivariate experimental psychology*, **76**, p.678-689.

Pellerey M., (1974), Obiettivi dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria superiore. *Orientamenti Pedagogici*, **29**, p.218-38.

Pellerey M., (1991), Mathematics Instruction, Dans : A. Lewy (ed), *The International Encyclopedia of Curriculum*, p.870-880, Oxford : Pergamon Press.

Perkins D.N., Jay E. & Tishman S., (1993), Beyond abilities : A dispositional theory of thinking, *Merrill Palmer Quarterly*, **39**, p.1-21.

Petitto A.L., (1990), Development of numberline and measurement concepts, *Cognition and Instruction*, **7**, p.55-78.

Piaget J., (1947), *La Psychologie de l'intelligence*, Paris : A. Colin.

Piaget J., (1952), *The child's conception of number*, New York : Humanities Press.

Piaget J. & Inhelder B., (1941), *Le développement des quantités chez l'enfant*, Neuchâtel et Paris : Delachaux et Niestlé.

Piaget J. & Inhelder B., (1948), *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris : PUF.

Piaget J. & Inhelder B., (1956), *The child's conception of space*, London : Routledge and Kegan Paul.

Piaget J. & Inhelder B., (1959), *La genèse des structures logiques élémentaires*, Neuchâtel et Paris : Delachaux et Niestlé.

Piaget J., Inhelder B. & Szeminska A. (1960), *The child's conception of geometry*. New York : Basic Books.

Piaget J. & Szeminska A., (1941), *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel et Paris : Delachaux et Niestlé.

Pichot P., (1965), *Les tests mentaux*, Paris : PUF.

Polya G., (1945), *How to solve it*, Princeton, NJ : Princeton University Press.

Polya G., (1954a), *Induction and analogy in mathematics*, Princeton, NJ : Princeton University Press.

Polya G., (1954b), *Patterns of plausible inference*, Princeton, NJ : Princeton University Press.

Polya G., (1962), *Mathematical discovery* (Vol.1), New York : Wiley.

Polya G., (1965), *Mathematical discovery* (Vol.2), New York : Wiley.

Rabinowitz M. (ed), (1988), Computer simulations as research tools, *International Journal of Educational Research*, 12, p.1-102.

Reboul Olivier, (1995), *Qu'est-ce qu'apprendre ?*, Paris : PUF.

Resnick L.B., (1976), Task analysis in instructional design : some cases from mathematics. Dans : D. Klahr (ed), *Cognition and instruction*, p.51-80, Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Resnick L.B., (1987), *Education and learning to think*, Washington, DC : National Academy Press.

Reuchlin M., (1964), *Méthodes d'analyse factorielle à l'usage des psychologues*, Paris : PUF.

Reuchlin M., (1992), *Introduction à la recherche en psychologie*, Paris : Nathan.

Richard J.F., (1990), *Les activités mentales : comprendre, raisonner, trouver des solutions*, Paris : Armand Colin.

Riley M.S., Greeno J.G. & Heller J.I., (1983), Development of children's problem-solving ability in arithmetic, Dans : J.P. Ginsburg (ed), *The development of mathematical thinking*, p.153-196, New York : Academic Press.

Romberg T.A. & Carpenter T.P, (1986), Dans : M.C. Wittrock (ed), *Handbook of Research on Teaching*, New York : Macmillan.

Romberg T., Harvey J., Moser J. & Montgomery M., (1976), *Developing mathematical processes*, Chicago : Rand McNally.

Roskam E.E., (1981), Data theory and scaling : a methodological essay on the role and use of data theory and scaling in psychology, Dans : I. Borg (ed), *Multidimensional data representation : When and Why*, p.193-229, Ann Arbor, Michigan : Mathesis Press.

Schaie K.W., (1983), The Seattle longitudinal study : A 21-year exploration of psychometric intelligence in adulthood, Dans : K.W. Schaie (ed), *Longitudinal studies of adult psychological development*, p.64-135, New York : Guilford Press.

Schoenfeld A.H., (1988), When good teaching leads to bad results : The disasters of "well-taught" mathematics courses, *educational Psychologist*, **23**, p.145-166.

Schiffman S.A., Reynolds M.L. & Young F.W., (1981), *Multidimensional Scaling : Theory, Methods and Applications*, New York : Academic Press.

Schiltz J., (1999), *Application d'un modèle stochastique à la construction d'un test adaptatif informatisé en mathématiques*, Rapport établi pour le Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle, Luxembourg.

Shepard R.N., (1962), The analysis of proximities : Multidimensional scaling with an unknown distance function, part I & II, *Psychometrika*, **27**, p.125-140, p.219-246.

Shepard R.N., (1974), Representation of structure in similarity data : Problems and prospects, *Psychometrika*, **39**, p.373-421.

Siegler R.S., (1983), Information processing approaches to development. Dans : P. Mussen & W. Kassen (ed), *Manual of child psychology*, p.129-211, New York : Wiley.

Siegler R.S., (1988), Individual differences in strategy choices : Good students, not so good students and perfectionists. *Child Development*, **59**, p.833-851.

Siegler R.S., (1993), Adaptive and nonadaptive characteristics of low-income children's mathematical strategy use, Dans : L.A. Penner, G.M. Batsche, H.M. Knoff & D.L. Nelson (ed), *The challenge in mathematics and science education : Psychology's response*, p.341-366, Washington, DC : American Psychological Association.

Silver E.A., (1994), On mathematical problem posing, *For the Learning of Mathematics*, **14**(1), p.19-28.

Spearman C., (1927), *The abilities of man*. London : Macmillan.

Spence I. & Domoney D.W., (1974), Single subject incomplete designs for nonmetric multidimensional scaling, *Psychometrika*, **39**, p.469-490.

Stanic G.M & Kilpatrick J., (1980), Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum, Dans : R. Charles & E.A. Silver (eds), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Stanley J.C., (1974), Intellectual precocity, Dans : J.C. Stanley, D.P. Keating & L.H. Fox (eds.), *Mathematical talent : Discovery, description and development*, p.1-22, Baltimore : Johns Hopkins University Press.

Steffe L.P., (1991), The constructivist teaching experiment : Illustrations and implications, Dans E. von Glaserfeld (ed), *Radical constructivism in mathematics education*, p.177-194, Dordrecht : Kluwer.

Steffe L.P., von Glaserfeld E., Richards J. & Cobb P., (1983), *Children's counting types : Philosophy, theory and application*. New York : Praeger.

Sternberg R.J., (1977), *Intelligence, information processing, and analogical reasoning : The compential analysis of human abilities*, Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Sternberg R.J. & Gardner M.K., (1983), Unities in inductive reasoning, *Journal of Experimental Psychology : General*, **112**, p.80-116.

Sternberg R.J., (1994), Reforming school reform : Comments on Multiple Intelligences ; The Theory in Practice, *Teachers College Record*, **94**(4).

Takane Y., Young F.W. & De Leeuw J., (1977), Nonmetric individual differences multidimensional scaling : An alternating least squares method with optimal scaling features, *Psychometrika*, **42**, p.7-67.

Thurstone L.L., (1938), Primary mental abilities, *Psychometric Monographs* (No. 1).

Thurstone L.L., (1947), *Multiple factor analysis*, Chicago : University of Chicago Press.

Thurstone L.L. & Thurstone T.G., (1941), Factorial studies of Intelligence, *Psychometric Monographs*, **2**.

Tournois J., (1989), Multi-interprétation en analyse par échelonnement multidimensionnel (EMD), *Bulletin de Psychologie*, **388**, p.200-209.

Tournois J., Dickes P., (1993), *Pratique de l'échelonnement multidimensionnel*, Bruxelles : De Boeck Université.

Turner J.R. & Thayer J.F., (2001), *Introduction to Analysis of Variance*, London : Sage Publications.

Tymoczko T., (1986), Interlude, Dans : T. Tymoczko (ed), *New directions in the philosophy of mathematics*, p.95-98, Boston : Birkhauser.

Undheim J.O. & Gustafsson J.-E., (1987), The hierarchical organization of cognitive abilities : Restoring general intelligence through the use of linear structural relations (LISREL), *Multivariate Behavioral Research*, **22**, p.149-171.

Vandenberg S.G., (1959), The primary mental abilities of Chinese students : a comparative study of the ability of a factor structure, *Annals of the New York Academy of Sciences*, **79**, p.257-304.

Van Oers B., (1990), The development of mathematical thinking in school : A comparison of the action-psychological and information-processing approaches, *International Journal of Educational Research*, **14**, p.51-66.

Vergnaud G., (1990), Epistemology and psychology of mathematics education, Dans : P. Nesher & J. Kilpatrick (eds), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, p.14-30, Cambridge : Cambridge University Press.

Vernon P.E., (1961), *The structure of human abilities (2nd ed.)*, London : Methuen.

Very P.S., (1967), differential factor structures in mathematical ability, *Genetic Psychology Monographs*, **75**, p.169-207.

Walkey F.H., (1983), Simple versus complex factor analysis of responses to multiple scale questionnaires, *Multivariate Behavioral Research*, **18**, p.401-421.

Wechsler D., (1967), *Manual for the Wechsler Intelligence Scale for Children*, New York : Psychological Corporation.

Werdelin I., (1961), *Geometrical ability and the space factor in boys and girls*, Lund, Suède : Gleerups.

Wertheimer M., (1945), *Productive thinking*, London : Tavistock.

Wertsch J.V., (1985), *Vygotsky and the social foundation of mind*, Cambridge, MA : MIT Press.

Widaman K.F. & Little T.D., (1992), The development of skill in mental arithmetic : an individual differences perspective, Dans : J.I.D Campbell (ed), *The nature and origins of mathematical skills*, p.189-253, Amsterdam : North-Holland.

Widaman K.F., Little T.D., Geary D.C. & Cormier P., (1992), Individual differences in the development of skill in mental addition : Internal and external validation of chronometric models, *Learning and Individual Differences*, 4, p.167-213.

Wilson J.W., (1971), Secondary school mathematics, Dans : B.S. Bloom, J.T. Hastings & G.F. Madaus (eds), *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*, New-York : McGraw-Hill.

Winch C., (1990), *Language, ability, and educational achievement*, New York : Routledge, Chapman & Hall.

Wittrock M.C., (1974), A generative model of mathematics learning, *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, p.181-196.

Wynn K., (1992), Addition and subtraction by human infants, *Nature*, 358, p.749-750.

