Les retraites au Luxembourg

Modélisation et évaluation d'un système diversifié avec répartition et capitalisation

Jang SCHILTZ (Université du Luxembourg)
Jean-Daniel GUIGOU (Université du Luxembourg)
Bruno LOVAT (Université Nancy II)

13 Mai 2011

Contenu

Contenu

Contenu

Contenu

Contenu

Descriptif du modèle de Nagin

Nous avons une collection de trajectoires individuelles.

Descriptif du modèle de Nagin

Nous avons une collection de trajectoires individuelles.

Nous voulons diviser la population en sous-populations homogènes et estimer une trajectoire moyenne pour chaque sous-population.

Descriptif du modèle de Nagin

Nous avons une collection de trajectoires individuelles.

Nous voulons diviser la population en sous-populations homogènes et estimer une trajectoire moyenne pour chaque sous-population.

Ceci reste un modèle inter-individuel, mais contrairement à d'autres modèles classiques, il permet l'existence de sous-populations avec des comportements complètement différents.

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

$P(Y_i)$ désigne la probabilité de Y_i

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

$P(Y_i)$ désigne la probabilité de Y_i

- variable de comptage $\Rightarrow$ loi de Poisson

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

$P(Y_i)$ désigne la probabilité de Y_i

- variable de comptage $\Rightarrow$ loi de Poisson
- donnés binaires $\Rightarrow$ distribution logit binaire

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

$P(Y_i)$ désigne la probabilité de Y_i

- variable de comptage $\Rightarrow$ loi de Poisson
- donnés binaires $\Rightarrow$ distribution logit binaire
- donnés censurés $\Rightarrow$ loi normale censurée

La fonction de vraisemblance (1)

Considérons une population de taille N sur laquelle est définie une variable Y.

Soient $Y_i = y_{i_1}, y_{i_2}, ..., y_{i_T}$ T mesures de la variable, aux temps $t_1, ...t_T$ pour l'individu numéro i.

$P(Y_i)$ désigne la probabilité de Y_i

- variable de comptage $\Rightarrow$ loi de Poisson
- donnés binaires $\Rightarrow$ distribution logit binaire
- donnés censurés $\Rightarrow$ loi normale censurée

But de l'analyse : Trouver r groupes de trajectoires d'un type donné (par exemple des polynômes de degré 4, $P(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4$.

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

$P^j(Y_i)$: probabilité de Y_i si l'individu i appartient au groupe j

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

$P^j(Y_i)$: probabilité de Y_i si l'individu i appartient au groupe j

$$\Rightarrow P(Y_i) = \sum_{j=1}^{r} \pi_j P^j(Y_i). \tag{1}$$

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

$P^j(Y_i)$: probabilité de Y_i si l'individu i appartient au groupe j

$$\Rightarrow P(Y_i) = \sum_{j=1}^{r} \pi_j P^j(Y_i). \tag{1}$$

<u>Modèle de mélange fini</u> (Daniel S. Nagin (Carnegie Mellon University))

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

$P^j(Y_i)$: probabilité de Y_i si l'individu i appartient au groupe j

$$\Rightarrow P(Y_i) = \sum_{j=1}^{r} \pi_j P^j(Y_i). \tag{1}$$

Modèle de mélange fini (Daniel S. Nagin (Carnegie Mellon University))

- fini : somme sur un nombre fini de groupes

La fonction de vraisemblance (2)

π_j : probabilité pour que l'individu i appartienne au groupe numéro j

$$\Rightarrow \pi_j \text{ est la taille du groupe } j.$$

Nous devons estimer l'ensemble des paramètres $\Omega = \left\{\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \beta_3^j, \beta_4^j, \pi_j\right\}$ qui permettent de maximiser la probabilité des mesures obtenues.

$P^j(Y_i)$: probabilité de Y_i si l'individu i appartient au groupe j

$$\Rightarrow P(Y_i) = \sum_{j=1}^{r} \pi_j P^j(Y_i). \tag{1}$$

<u>Modèle de mélange fini</u> (Daniel S. Nagin (Carnegie Mellon University))

- fini : somme sur un nombre fini de groupes
- mélange : population composé d'un mélange de groupes non observés

La fonction de vraisemblance (3)

Hypothèse : Pour un groupe donné, les différentes mesures d'un individu sont indépendantes conditionnellement par rapport à l'appartenance au groupe ! ! !

La fonction de vraisemblance (3)

Hypothèse : Pour un groupe donné, les différentes mesures d'un individu sont indépendantes conditionnellement par rapport à l'appartenance au groupe ! ! !

$$\Rightarrow P^j(Y_i) = \prod_{t=1}^{T} p^j(y_{i_t}), \tag{2}$$

où $p^j(y_{i_t})$ désigne la probabilité de y_{i_t} sachant qu'on se trouve dans le groupe j.

La fonction de vraisemblance (3)

Hypothèse : Pour un groupe donné, les différentes mesures d'un individu sont indépendantes conditionnellement par rapport à l'appartenance au groupe ! ! !

$$\Rightarrow P^j(Y_i) = \prod_{t=1}^{T} p^j(y_{i_t}), \tag{2}$$

où $p^j(y_{i_t})$ désigne la probabilité de y_{i_t} sachant qu'on se trouve dans le groupe j.

Vraisemblance de l'estimateur :

La fonction de vraisemblance (3)

Hypothèse : Pour un groupe donné, les différentes mesures d'un individu sont indépendantes conditionnellement par rapport à l'appartenance au groupe ! ! !

$$\Rightarrow P^j(Y_i) = \prod_{t=1}^{T} p^j(y_{i_t}), \tag{2}$$

où $p^j(y_{i_t})$ désigne la probabilité de y_{i_t} sachant qu'on se trouve dans le groupe j.

Vraisemblance de l'estimateur :

$$L = \prod_{i=1}^{N} P(Y_i)$$

La fonction de vraisemblance (3)

Hypothèse : Pour un groupe donné, les différentes mesures d'un individu sont indépendantes conditionnellement par rapport à l'appartenance au groupe ! ! !

$$\Rightarrow P^j(Y_i) = \prod_{t=1}^{T} p^j(y_{i_t}), \tag{2}$$

où $p^j(y_{i_t})$ désigne la probabilité de y_{i_t} sachant qu'on se trouve dans le groupe j.

Vraisemblance de l'estimateur :

$$L = \prod_{i=1}^{N} P(Y_i) = \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \pi_j \prod_{t=1}^{T} p^j(y_{i_t}). \tag{3}$$

Le cas de la loi normale censurée (1)

Y^* : variable latente mesurée par Y.

Le cas de la loi normale censurée (1)

Y^* : variable latente mesurée par Y.

$$y^*_{i_t} = \beta^j_0 + \beta^j_1 Age_{i_t} + \beta^j_2 Age^2_{i_t} + \beta^j_3 Age^3_{i_t} + \beta^j_4 Age^4_{i_t} + \varepsilon_{i_t}, \qquad (4)$$

où $\varepsilon_{i_t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$, σ est l'écart-type constant.

Le cas de la loi normale censurée (1)

Y^* : variable latente mesurée par Y.

$$y^*_{i_t} = \beta^j_0 + \beta^j_1 Age_{i_t} + \beta^j_2 Age^2_{i_t} + \beta^j_3 Age^3_{i_t} + \beta^j_4 Age^4_{i_t} + \varepsilon_{i_t}, \tag{4}$$

où $\varepsilon_{i_t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$, σ est l'écart-type constant.

Alors,

$$\begin{aligned} y_{i_t} &= S_{min} \quad \text{si} \quad y^*_{i_t} < S_{min}, \\ y_{i_t} &= y^*_{i_t} \quad \text{si} \quad S_{min} \leq y^*_{i_t} \leq S_{max}, \\ y_{i_t} &= S_{max} \quad \text{si} \quad y^*_{i_t} > S_{max}, \end{aligned}$$

où S_{min} et S_{max} sont le minimum et le maximum de la loi normale censurée.

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.
- Φ : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta^j_0 + \beta^j_1 Age_{i_t} + \beta^j_2 Age^2_{i_t} + \beta^j_3 Age^3_{i_t} + \beta^j_4 Age^4_{i_t}$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.
- Φ : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Alors,

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.
- Φ : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Alors,

$$p^j(y_{i_t} = S_{min}) = \Phi\left(\frac{S_{min} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right), \tag{5}$$

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.
- Φ : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Alors,

$$p^j(y_{i_t} = S_{min}) = \Phi\left(\frac{S_{min} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right), \tag{5}$$

$$p^j(y_{i_t}) = \frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{it}}{\sigma}\right) \quad \text{pour} \quad S_{min} \leq y_{it} \leq S_{max}, \tag{6}$$

Le cas de la loi normale censurée (2)

Notations :

- $\beta^j x_{i_t} = \beta_0^j + \beta_1^j Age_{i_t} + \beta_2^j Age_{i_t}^2 + \beta_3^j Age_{i_t}^3 + \beta_4^j Age_{i_t}^4$.
- ϕ : densité de la loi normale centrée réduite.
- Φ : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Alors,

$$p^j(y_{i_t} = S_{min}) = \Phi\left(\frac{S_{min} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right), \tag{5}$$

$$p^j(y_{i_t}) = \frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{it}}{\sigma}\right) \quad \text{pour} \quad S_{min} \leq y_{it} \leq S_{max}, \tag{6}$$

$$p^j(y_{i_t} = S_{max}) = 1 - \Phi\left(\frac{S_{max} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right). \tag{7}$$

Le cas de la loi normale censurée (3)

En pratique, si toutes les mesures sont dans l'intervalle $[S_{min}, S_{max}]$, on obtient

Le cas de la loi normale censurée (3)

En pratique, si toutes les mesures sont dans l'intervalle $[S_{min}, S_{max}]$, on obtient

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \pi_j \prod_{t=1}^{T} \phi\left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right). \tag{8}$$

Le cas de la loi normale censurée (3)

En pratique, si toutes les mesures sont dans l'intervalle $[S_{min}, S_{max}]$, on obtient

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \pi_j \prod_{t=1}^{T} \phi \left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma} \right). \tag{8}$$

Ces équations sont trop compliquées pour espérer obtenir une solution algébrique.

Le cas de la loi normale censurée (3)

En pratique, si toutes les mesures sont dans l'intervalle $[S_{min}, S_{max}]$, on obtient

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \pi_j \prod_{t=1}^{T} \phi \left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma} \right). \tag{8}$$

Ces équations sont trop compliquées pour espérer obtenir une solution algébrique.

$\Rightarrow$ méthode quasi-Newtonnienne de recherche de maximum

Le cas de la loi normale censurée (3)

En pratique, si toutes les mesures sont dans l'intervalle $[S_{min}, S_{max}]$, on obtient

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \pi_j \prod_{t=1}^{T} \phi \left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma} \right). \tag{8}$$

Ces équations sont trop compliquées pour espérer obtenir une solution algébrique.

$\Rightarrow$ méthode quasi-Newtonnienne de recherche de maximum

Logiciel :

Procédure SAS appelée Proc Traj
de Bobby L. Jones (Carnegie Mellon University).

Une astuce calculatoire

Les estimations de π_j doivent appartenir à l'intervalle $[0, 1]$.

Une astuce calculatoire

Les estimations de π_j doivent appartenir à l'intervalle $[0, 1]$.

Il est difficile de forcer cette contrainte lors de l'estimation du modèle.

Une astuce calculatoire

Les estimations de π_j doivent appartenir à l'intervalle $[0, 1]$.

Il est difficile de forcer cette contrainte lors de l'estimation du modèle.

On les remplace par l'estimation des paramètres réels θ_j tels que

Une astuce calculatoire

Les estimations de π_j doivent appartenir à l'intervalle $[0, 1]$.

Il est difficile de forcer cette contrainte lors de l'estimation du modèle.

On les remplace par l'estimation des paramètres réels θ_j tels que

$$\pi_j = \frac{e^{\theta_j}}{\sum\limits_{j=1}^{r} e^{\theta_j}}. \tag{9}$$

Une astuce calculatoire

Les estimations de π_j doivent appartenir à l'intervalle $[0,1]$.

Il est difficile de forcer cette contrainte lors de l'estimation du modèle.

On les remplace par l'estimation des paramètres réels θ_j tels que

$$\pi_j = \frac{e^{\theta_j}}{\sum_{j=1}^{r} e^{\theta_j}}. \tag{9}$$

Finalement,

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{r} \frac{e^{\theta_j}}{\sum_{j=1}^{r} e^{\theta_j}} \prod_{t=1}^{T} \phi\left(\frac{y_{i_t} - \beta^j x_{i_t}}{\sigma}\right). \tag{10}$$

Le modèle de Muthén (1)

Muthén et Shedden (1999) : Generalized growth curve model

Le modèle de Muthén (1)

Muthén et Shedden (1999) : Generalized growth curve model

Extension élégante et techniquement difficile du modèle normal censuré.

Le modèle de Muthén (1)

Muthén et Shedden (1999) : Generalized growth curve model

Extension élégante et techniquement difficile du modèle normal censuré.

Ajoute des effets aléatoires aux paramètres β^j qui définissent la trajectoire moyenne des groupes.

Le modèle de Muthén (1)

Muthén et Shedden (1999) : Generalized growth curve model

Extension élégante et techniquement difficile du modèle normal censuré.

Ajoute des effets aléatoires aux paramètres β^j qui définissent la trajectoire moyenne des groupes.

Les trajectoires des membres individuels d'un groupe peuvent donc varier par rapport à la trajectoire du groupe.

Le modèle de Muthén (1)

Muthén et Shedden (1999) : Generalized growth curve model

Extension élégante et techniquement difficile du modèle normal censuré.

Ajoute des effets aléatoires aux paramètres β^j qui définissent la trajectoire moyenne des groupes.

Les trajectoires des membres individuels d'un groupe peuvent donc varier par rapport à la trajectoire du groupe.

Software :

Paquet Mplus de L.K. Muthén et B.O Muthén.

Le modèle de Muthén (2)

Avantages du GGCM

On a besoin de moins de groupes pour obtenir un modèle safisfaisant.

Le modèle de Muthén (2)

Avantages du GGCM

On a besoin de moins de groupes pour obtenir un modèle safisfaisant.

Désadvantages du GGCM

1. Difficile à étendre à d'autres types de données.

Le modèle de Muthén (2)

Avantages du GGCM

On a besoin de moins de groupes pour obtenir un modèle safisfaisant.

Désadvantages du GGCM

1. Difficile à étendre à d'autres types de données.
2. Pour une personne donnée, il est parfois difficile de trouver le groupe auquel elle appartient.

Le modèle de Muthén (2)

Avantages du GGCM

On a besoin de moins de groupes pour obtenir un modèle safisfaisant.

Désadvantages du GGCM

1. Difficile à étendre à d'autres types de données.
2. Pour une personne donnée, il est parfois difficile de trouver le groupe auquel elle appartient.
3. Le modèle peut créer l'illusion de groupes qui n'existent pas en réalité.

Sélection du modèle

Critère d'information de Bayes (Bayesian Information Criterion) :

Sélection du modèle

Critère d'information de Bayes (Bayesian Information Criterion) :

$$\mathrm{BIC} = \log(L) - 0,5k\log(N), \qquad (11)$$

où k désigne le nombre de paramètres du modèle.

Sélection du modèle

Critère d'information de Bayes (Bayesian Information Criterion) :

$$\mathrm{BIC} = \log(L) - 0,5k\log(N), \tag{11}$$

où k désigne le nombre de paramètres du modèle.

Rule :

Plus le BIC est grand, mieux est le modèle !

Probabilité d'appartenance à un groupe

Probabilité d'appartenance à un groupe

Probabilité a posteriori pour que l'individu i appartienne au groupe j : $P(j/Y_i)$.

Probabilité d'appartenance à un groupe

Probabilité a posteriori pour que l'individu i appartienne au groupe j : $P(j/Y_i)$.

Théorème de Bayes :

$$\Rightarrow P(j/Y_i) = \frac{P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}{\sum_{j=1}^{r} P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}. \tag{12}$$

Probabilité d'appartenance à un groupe

Probabilité a posteriori pour que l'individu i appartienne au groupe j : $P(j/Y_i)$.

Théorème de Bayes :

$$\Rightarrow P(j/Y_i) = \frac{P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}{\sum_{j=1}^{r} P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}. \tag{12}$$

Les grands groupes ont en moyenne des estimations de probabilités plus grandes.

Probabilité d'appartenance à un groupe

Probabilité a posteriori pour que l'individu i appartienne au groupe j : $P(j/Y_i)$.

Théorème de Bayes :

$$\Rightarrow P(j/Y_i) = \frac{P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}{\sum_{j=1}^{r} P(Y_i/j)\hat{\pi}_j}. \qquad (12)$$

Les grands groupes ont en moyenne des estimations de probabilités plus grandes.

Pour être classé dans un petit groupe, un individu donné doit vraiment être très consistent avec celui-ci.

Diagnostics du modèle(1)

Diagnostic 1 : Probabilité a posteriori d'affectation moyenne (Average Posterior Probability of Assignment)

AvePP devrait être suprieure à $0,7$ pour tous les groupes.

Diagnostics du modèle(1)

Diagnostic 1 : Probabilité a posteriori d'affectation moyenne (Average Posterior Probability of Assignment)

AvePP devrait être suprieure à $0,7$ pour tous les groupes.

Diagonostic 2 : Chance de classification correcte (Odds of Correct Classification)

$$OCC_j = \frac{AvePP_j/1 - AvePP_j}{\hat{\pi}_j/1 - \hat{\pi}_j}. \tag{13}$$

Diagnostics du modèle(1)

Diagnostic 1 : Probabilité a posteriori d'affectation moyenne (Average Posterior Probability of Assignment)

AvePP devrait être suprieure à $0,7$ pour tous les groupes.

Diagonostic 2 : Chance de classification correcte (Odds of Correct Classification)

$$OCC_j = \frac{AvePP_j/1 - AvePP_j}{\hat{\pi}_j/1 - \hat{\pi}_j}. \tag{13}$$

OCC_j devrait être supérieure à 5 pour tous les groupes.

Diagnostics du modèle (2)

Diagonostic 3 : Comparer $\hat{\pi}_j$ à la taille du groupe j

Le rapport des deux devrait être proche de 1.

Diagnostics du modèle (2)

Diagonostic 3 : Comparer $\hat{\pi}_j$ à la taille du groupe j

Le rapport des deux devrait être proche de 1.

Diagonostic 4 : Intervalles de confiance pour l'appartenance aux groupes

Les intervalles de confiance pour l'appartenance aux groupes devraient être petits, c.a.d les écarts-types de π_j devraient être petits.

Contenu

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Quelques variables sociologiques :

- sexe (homme, femme)

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Quelques variables sociologiques :

- sexe (homme, femme)
- nationalité et résidence (résidents luxembourgeois, résidents étrangers, étrangers non résidents)

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Quelques variables sociologiques :

- sexe (homme, femme)
- nationalité et résidence (résidents luxembourgeois, résidents étrangers, étrangers non résidents)
- statut de travail (employés privés, ouvriers)

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Quelques variables sociologiques :

- sexe (homme, femme)
- nationalité et résidence (résidents luxembourgeois, résidents étrangers, étrangers non résidents)
- statut de travail (employés privés, ouvriers)
- année de naissance

Les données

Salaires des salariés dans le secteur privé au Luxembourg de 1940 à 2006.

Environ 7 millions de lignes correspondant à 718.054 salariés.

Quelques variables sociologiques :

- sexe (homme, femme)
- nationalité et résidence (résidents luxembourgeois, résidents étrangers, étrangers non résidents)
- statut de travail (employés privés, ouvriers)
- année de naissance
- âge au début de l'activité professionnelle

Transformation des données

Programmation en Mathematica

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)
- sélection des salariés qui travaillaient au moins 20 ans

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)
- sélection des salariés qui travaillaient au moins 20 ans

Transformations en SPSS

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)
- sélection des salariés qui travaillaient au moins 20 ans

Transformations en SPSS

- élimination des salariés qui avaient des salaires mensuels supérieurs à 15.000 euros

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année $\rightarrow$ 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)
- sélection des salariés qui travaillaient au moins 20 ans

Transformations en SPSS

- élimination des salariés qui avaient des salaires mensuels supérieurs à 15.000 euros
- transformation des tous les salaires supérieurs à 7.577 euros en 7.577 euros

Transformation des données

Programmation en Mathematica

- 1 ligne par année → 1 ligne par salarié
- sélection de la période d'analyse
- élimination des annés de pause (maximum 5)
- sélection des salariés qui travaillaient au moins 20 ans

Transformations en SPSS

- élimination des salariés qui avaient des salaires mensuels supérieurs à 15.000 euros
- transformation des tous les salaires supérieurs à 7.577 euros en 7.577 euros
- création des variables temporelles nécessaires pour la procédure Proc Traj

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique (Crise dans l'aciérie et émergence de la place financière du Luxembourg).

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique (Crise dans l'aciérie et émergence de la place financière du Luxembourg).

20 annés de travail pour des salariés qui commencent à travailler entre 1982 et 1987.

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique (Crise dans l'aciérie et émergence de la place financière du Luxembourg).

20 annés de travail pour des salariés qui commencent à travailler entre 1982 et 1987.

Macro Proc Traj :

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique (Crise dans l'aciérie et émergence de la place financière du Luxembourg).

20 annés de travail pour des salariés qui commencent à travailler entre 1982 et 1987.

Macro Proc Traj :

```
DATA TEST ;
      INPUT ID O1-O20 T1-T20 ;
      CARDS ;
data
RUN ;
```

La procédure Proc Traj

Sélection de la période d'analyse pour des raisons macroéconomique (Crise dans l'aciérie et émergence de la place financière du Luxembourg).

20 annés de travail pour des salariés qui commencent à travailler entre 1982 et 1987.

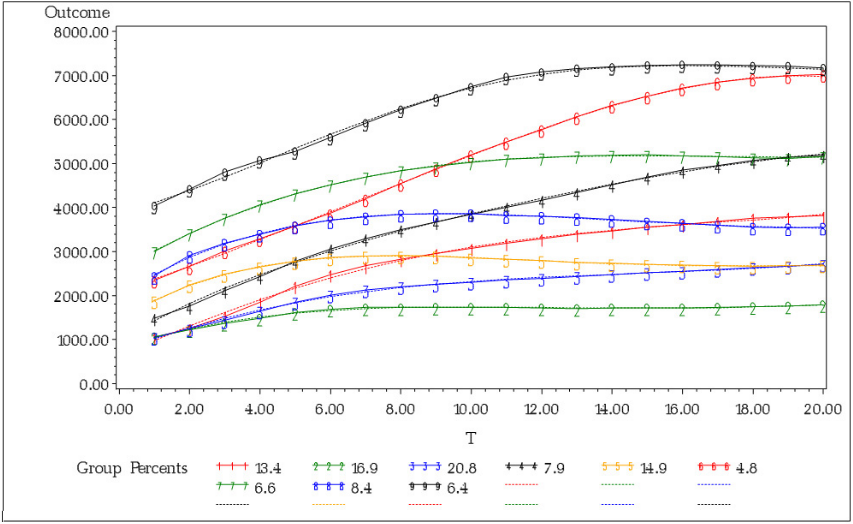
Macro Proc Traj :

```
DATA TEST ;
      INPUT ID O1-O20 T1-T20 ;
      CARDS ;
data
RUN ;

PROC TRAJ DATA=TEST OUTPLOT=OP OUTSTAT=OS OUT=OF
OUTEST=OE ITDETAIL ;
      ID ID ; VAR O1-O20 ; INDEP T1-T20 ;
      MODEL CNORM ; MAX 8000 ; NGROUPS 6 ; ORDER 4 4 4 4 4 4 ;
RUN ;
```

Résultats pour 9 groupes (1)

Résultats pour 9 groupes (1)



Résults pour 9 groupes (2)

Maximum Likelihood Estimates
Model: Censored Normal (CNORM)

Group	Parameter	Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > |T|
1	Intercept	589.03067	18.46813	31.894	0.0000
	Linear	387.72145	11.31617	34.263	0.0000
	Quadratic	-14.36621	2.12997	-6.745	0.0000
	Cubic	-0.01563	0.15109	-0.103	0.9176
	Quartic	0.00856	0.00358	2.395	0.0166
2	Intercept	784.79156	15.75939	49.798	0.0000
	Linear	277.63602	9.78078	28.386	0.0000
	Quadratic	-28.36731	1.83236	-15.481	0.0000
	Cubic	1.17739	0.12972	9.076	0.0000
	Quartic	-0.01635	0.00307	-5.330	0.0000
3	Intercept	709.28728	15.90545	44.594	0.0000
	Linear	318.88029	8.97949	35.512	0.0000
	Quadratic	-21.54540	1.69611	-12.703	0.0000
	Cubic	0.62010	0.12002	5.167	0.0000
	Quartic	-0.00440	0.00284	-1.554	0.1203

Contenu

1^{er} groupe

13.4 % de la population

1^{er} groupe

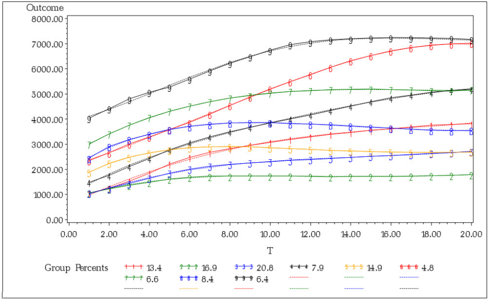
13.4 % de la population

$$P(x) = 590 + 388t - 14t^2 + 0.009t^4$$

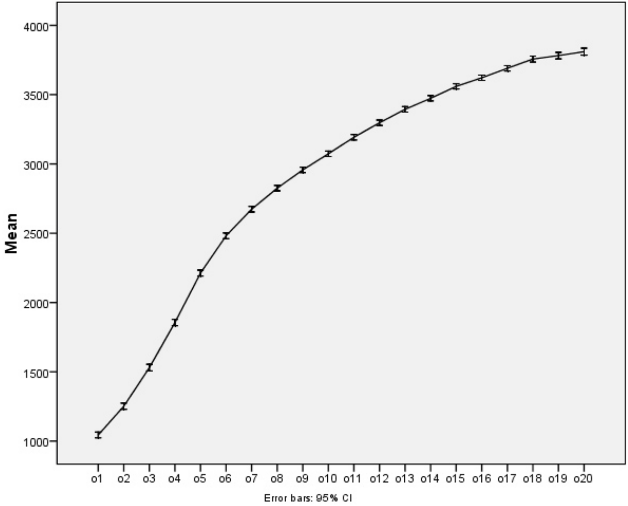
1^{er} groupe

13.4 % de la population

$$P(x) = 590 + 388t - 14t^2 + 0.009t^4$$



1^{er} groupe

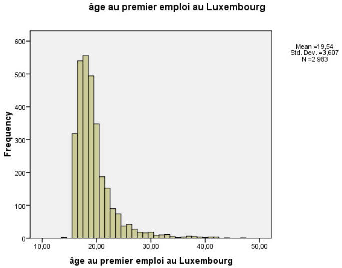


4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
Mean
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

1^er groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	13,00	2	,1	,1	,1
	15,00	318	10,6	10,7	10,7
	16,00	540	18,1	18,1	28,8
	17,00	556	18,6	18,6	47,5
	18,00	494	16,5	16,6	64,0
	19,00	348	11,7	11,7	75,7
	20,00	187	6,3	6,3	82,0
	21,00	152	5,1	5,1	87,1
	22,00	90	3,0	3,0	90,1
	23,00	74	2,5	2,5	92,6
	24,00	37	1,2	1,2	93,8
	25,00	42	1,4	1,4	95,2
	26,00	27	,9	,9	96,1
	27,00	18	,6	,6	96,7
	28,00	16	,5	,5	97,3
	29,00	18	,6	,6	97,9
	30,00	9	,3	,3	98,2
	31,00	10	,3	,3	98,5
	32,00	11	,4	,4	98,9
	33,00	5	,2	,2	99,0
	34,00	2	,1	,1	99,1
	35,00	3	,1	,1	99,2
	36,00	6	,2	,2	99,4
	37,00	5	,2	,2	99,6
	38,00	3	,1	,1	99,7
	39,00	2	,1	,1	99,7
	40,00	3	,1	,1	99,8
	41,00	3	,1	,1	99,9
	43,00	1	,0	,0	100,0
	46,00	1	,0	,0	100,0
	Total	2983	99,9	100,0	
Missing	System	3	,1		
Total		2986	100,0		



1^{er} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	2100	70,4	70,4	70,4
	féminin	883	29,6	29,6	100,0
	Total	2983	100,0	100,0	

1er groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	2100	70,4	70,4	70,4
	féminin	883	29,6	29,6	100,0
	Total	2983	100,0	100,0	

Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	1979	66,3	66,3	66,3
	résident étranger	543	18,2	18,2	84,5
	frontalier	461	15,5	15,5	100,0
	Total	2983	100,0	100,0	

1er groupe

Hommes :

Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1213	57,8	57,8	57,8
	employé privé	887	42,2	42,2	100,0
	Total	2100	100,0	100,0	

1er groupe

Hommes :

Classe d'employé

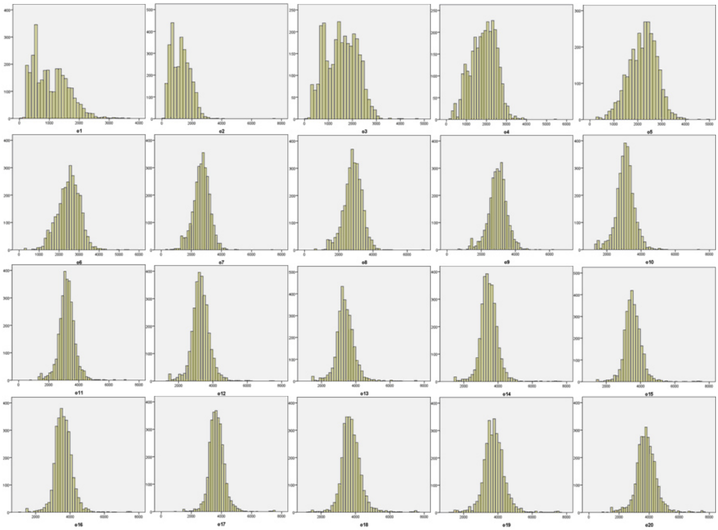
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1213	57,8	57,8	57,8
	employé privé	887	42,2	42,2	100,0
	Total	2100	100,0	100,0	

Femmes :

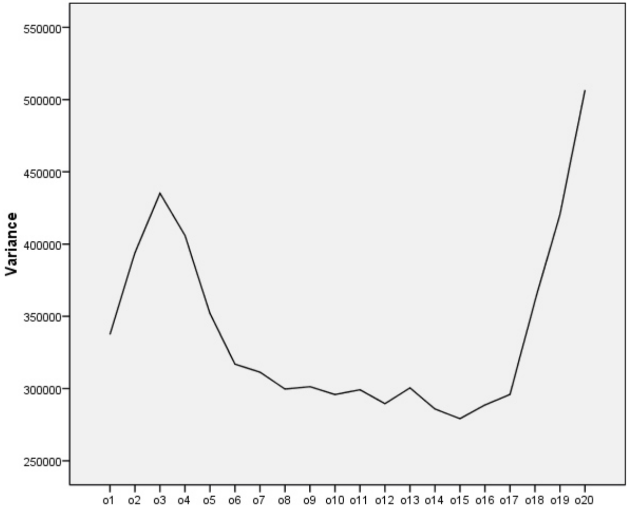
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	43	4,9	4,9	4,9
	employé privé	840	95,1	95,1	100,0
	Total	883	100,0	100,0	

1^{er} groupe

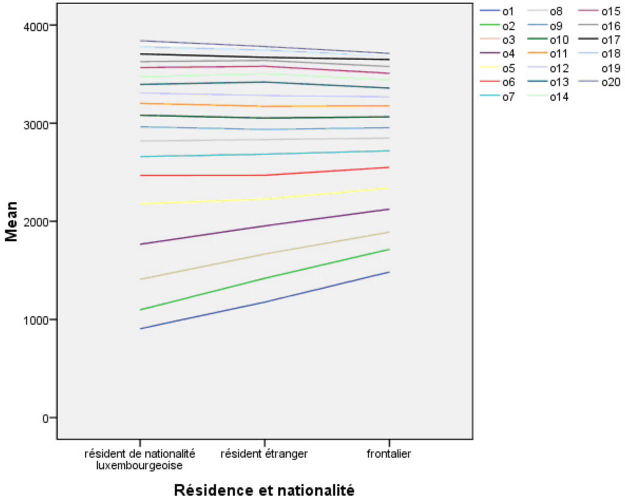


1^{er} groupe

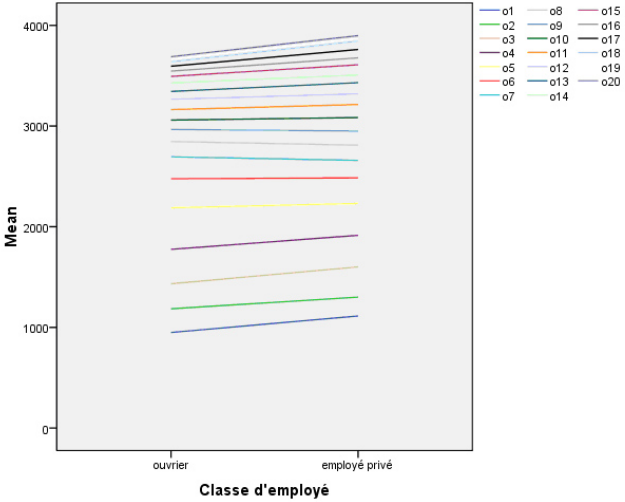


550000
500000
450000
400000
350000
300000
250000
Variance
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

1^{er} groupe

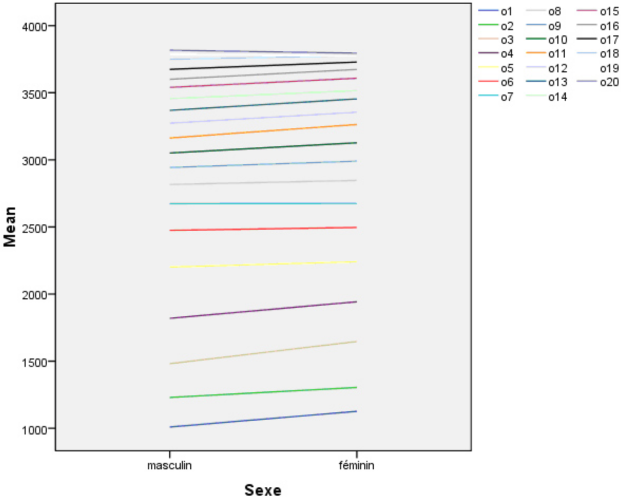


1^{er} groupe



Mean
4000
3000
2000
1000
0
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

1^{er} groupe



Mean
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

2^{eme} groupe

16.9 % de la population

2^{eme} groupe

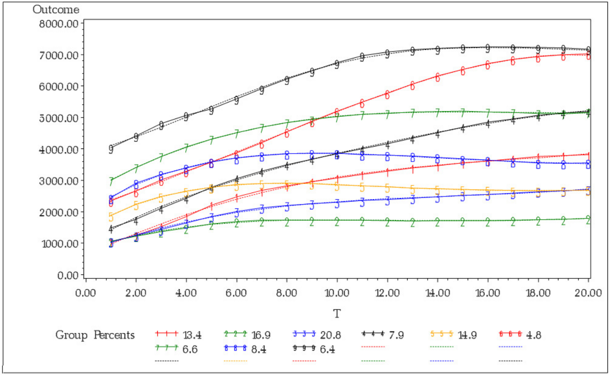
16.9 % de la population

$$P(x) = 785 + 278t - 28t^2 + 1.18t^3 - 0.016t^4$$

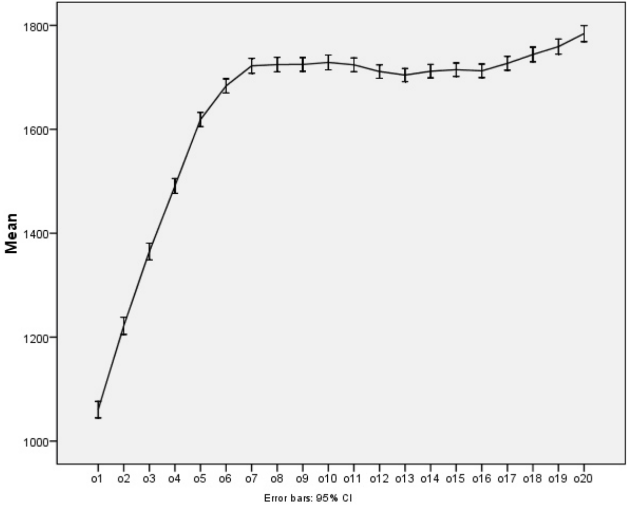
2^{eme} groupe

16.9 % de la population

$$P(x) = 785 + 278t - 28t^2 + 1.18t^3 - 0.016t^4$$



2^{eme} groupe

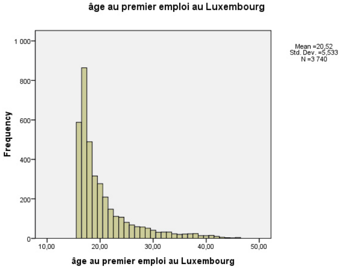


Mean
1800
1600
1400
1200
1000
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20
Error bars: 95% CI

2^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	15,00	588	15,7	15,7	15,7
	16,00	864	23,1	23,1	38,8
	17,00	489	13,1	13,1	51,9
	18,00	316	8,4	8,4	60,3
	19,00	277	7,4	7,4	67,8
	20,00	209	5,6	5,6	73,3
	21,00	148	4,0	4,0	77,3
	22,00	111	3,0	3,0	80,3
	23,00	107	2,9	2,9	83,1
	24,00	81	2,2	2,2	85,3
	25,00	68	1,8	1,8	87,1
	26,00	59	1,6	1,6	88,7
	27,00	57	1,5	1,5	90,2
	28,00	51	1,4	1,4	91,6
	29,00	41	1,1	1,1	92,7
	30,00	31	,8	,8	93,5
	31,00	32	,9	,9	94,4
	32,00	32	,9	,9	95,2
	33,00	23	,6	,6	95,8
	34,00	20	,5	,5	96,4
	35,00	22	,6	,6	97,0
	36,00	23	,6	,6	97,6
	37,00	24	,6	,6	98,2
	38,00	14	,4	,4	98,6
	39,00	14	,4	,4	99,0
	40,00	15	,4	,4	99,4
	41,00	10	,3	,3	99,6
	42,00	5	,1	,1	99,8
	43,00	3	,1	,1	99,8
	44,00	2	,1	,1	99,9
	45,00	4	,1	,1	100,0
	Total	3740	99,9	100,0	
Missing	System	2	,1		
Total		3742	100,0		



2^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1200	32,1	32,1	32,1
	féminin	2540	67,9	67,9	100,0
	Total	3740	100,0	100,0	

2^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1200	32,1	32,1	32,1
	féminin	2540	67,9	67,9	100,0
	Total	3740	100,0	100,0	

Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	1631	43,6	43,6	43,6
	résident étranger	1439	38,5	38,5	82,1
	frontalier	670	17,9	17,9	100,0
	Total	3740	100,0	100,0	

2^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	994	82,8	82,8	82,8
	employé privé	206	17,2	17,2	100,0
	Total	1200	100,0	100,0	

2^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

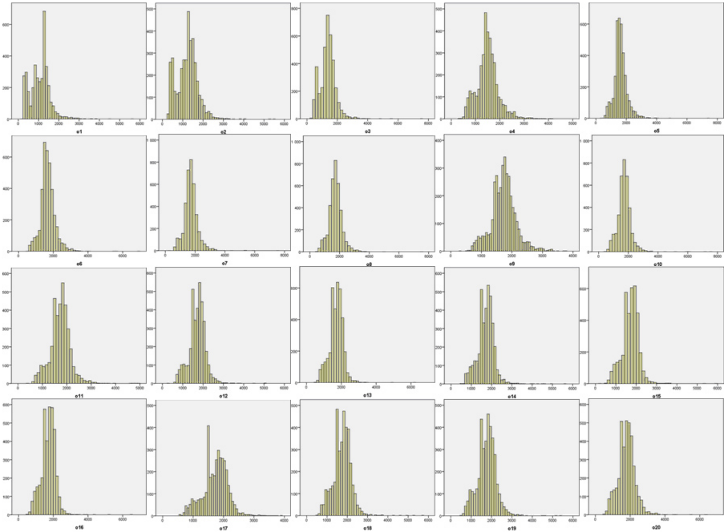
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	994	82,8	82,8	82,8
	employé privé	206	17,2	17,2	100,0
	Total	1200	100,0	100,0	

Femmes :

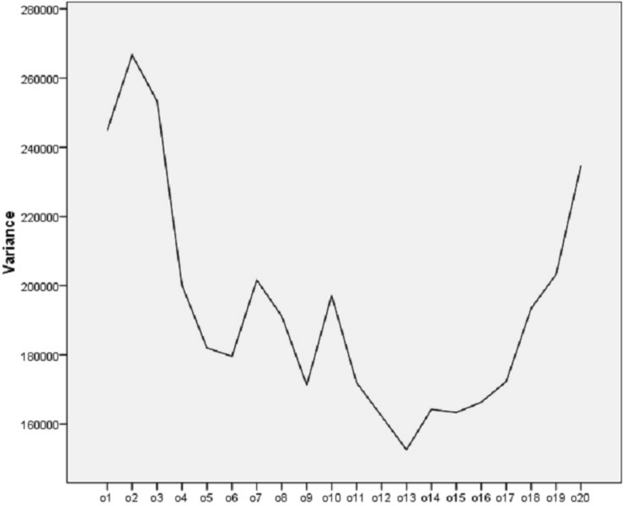
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1453	57,2	57,2	57,2
	employé privé	1087	42,8	42,8	100,0
	Total	2540	100,0	100,0	

2^{eme} groupe

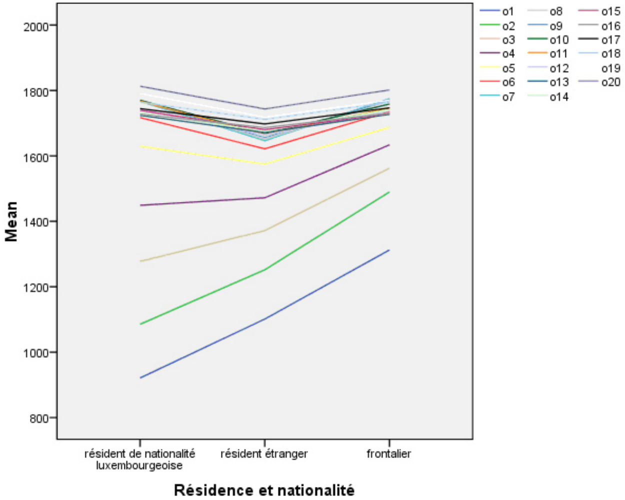


2^{eme} groupe



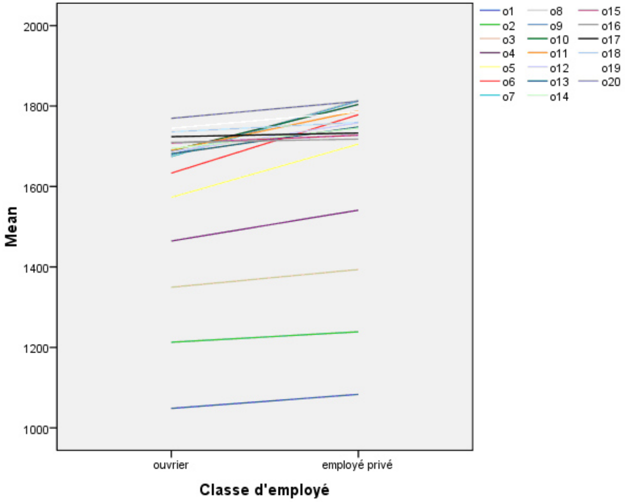
280000
260000
240000
220000
200000
180000
160000
Variance
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

2^{eme} groupe



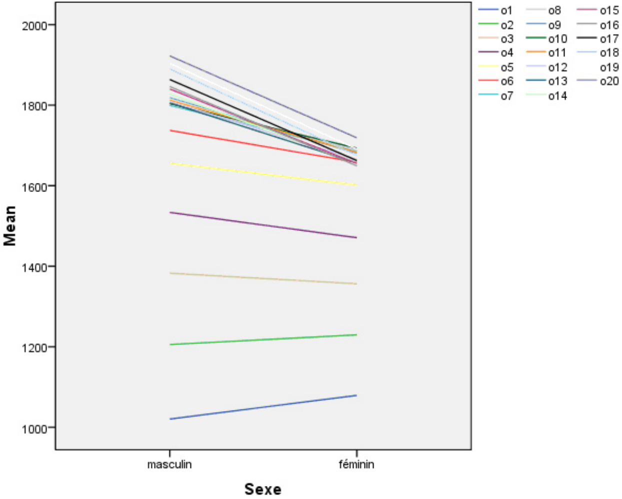
Mean
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

2^{eme} groupe



Mean
2000
1800
1600
1400
1200
1000
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

2^{eme} groupe



2000
1800
1600
1400
1200
1000
Mean
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

3^{eme} groupe

20.8 % de la population

3^{eme} groupe

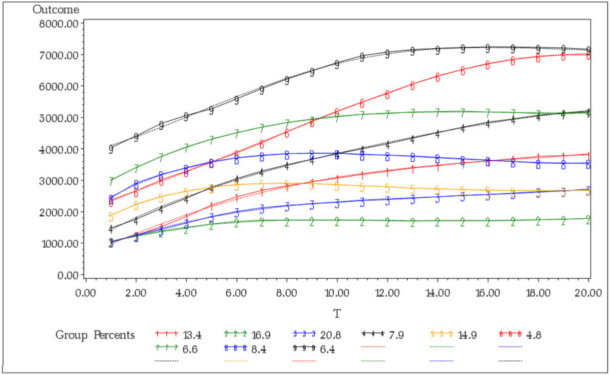
20.8 % de la population

$$P(x) = 709 + 318t - 21.5t^2 + 0.62t^3$$

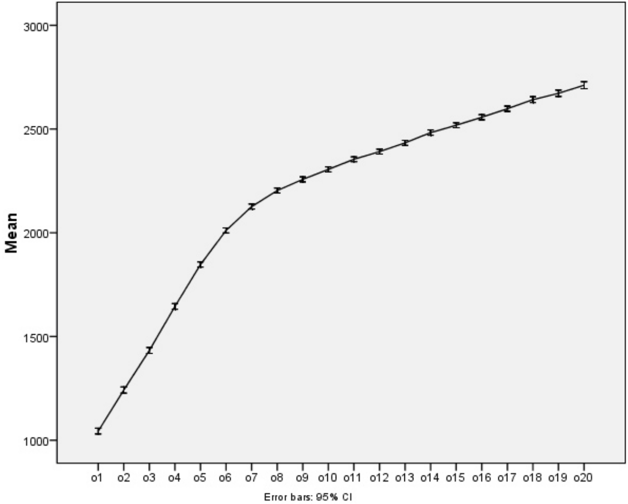
3^{eme} groupe

20.8 % de la population

$$P(x) = 709 + 318t - 21.5t^2 + 0.62t^3$$



3^{eme} groupe

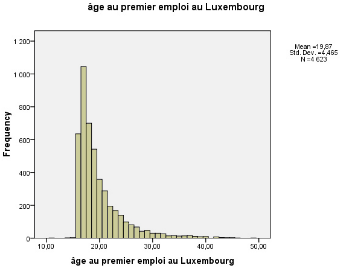


Mean
3000
2500
2000
1500
1000
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

3^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	10,00	1	,0	,0	,0
	13,00	2	,0	,0	,1
	14,00	3	,1	,1	,1
	15,00	635	13,7	13,7	13,9
	16,00	1045	22,6	22,6	36,5
	17,00	700	15,1	15,1	51,6
	18,00	542	11,7	11,7	63,3
	19,00	358	7,7	7,7	71,1
	20,00	288	6,2	6,2	77,3
	21,00	195	4,2	4,2	81,5
	22,00	168	3,6	3,6	85,2
	23,00	140	3,0	3,0	88,2
	24,00	98	2,1	2,1	90,3
	25,00	81	1,8	1,8	92,1
	26,00	68	1,5	1,5	93,5
	27,00	42	,9	,9	94,4
	28,00	47	1,0	1,0	95,5
	29,00	30	,6	,6	96,1
	30,00	30	,6	,6	96,8
	31,00	27	,6	,6	97,3
	32,00	14	,3	,3	97,6
	33,00	16	,3	,3	98,0
	34,00	13	,3	,3	98,3
	35,00	14	,3	,3	98,6
	36,00	16	,3	,3	98,9
	37,00	11	,2	,2	99,2
	38,00	9	,2	,2	99,4
	39,00	10	,2	,2	99,6
	41,00	8	,2	,2	99,7
	42,00	4	,1	,1	99,8
	43,00	3	,1	,1	99,9
	44,00	3	,1	,1	100,0
	45,00	1	,0	,0	100,0
	48,00	1	,0	,0	100,0
	Total	4623	100,0	100,0	
Missing	System	1	,0		
Total		4624	100,0		



3^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	3136	67,8	67,8	67,8
	féminin	1487	32,2	32,2	100,0
	Total	4623	100,0	100,0	

3^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	3136	67,8	67,8	67,8
	féminin	1487	32,2	32,2	100,0
	Total	4623	100,0	100,0	

Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	2234	48,3	48,3	48,3
	résident étranger	1399	30,3	30,3	78,6
	frontalier	990	21,4	21,4	100,0
	Total	4623	100,0	100,0	

3^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	2452	78,2	78,2	78,2
	employé privé	684	21,8	21,8	100,0
	Total	3136	100,0	100,0	

3^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

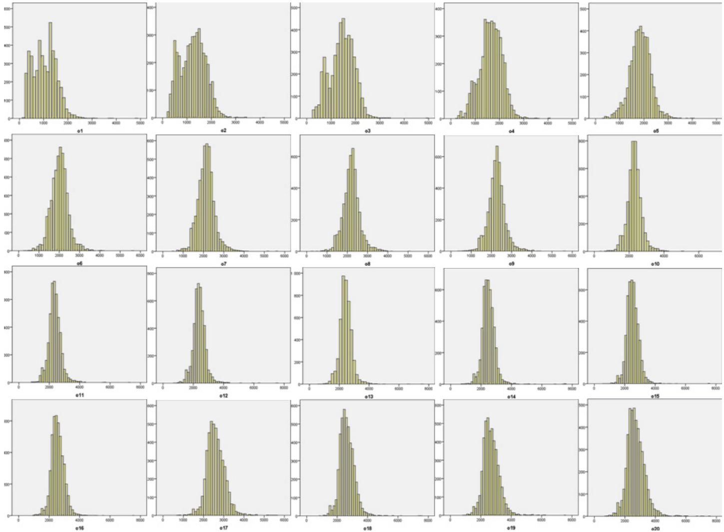
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	2452	78,2	78,2	78,2
	employé privé	684	21,8	21,8	100,0
	Total	3136	100,0	100,0	

Femmes :

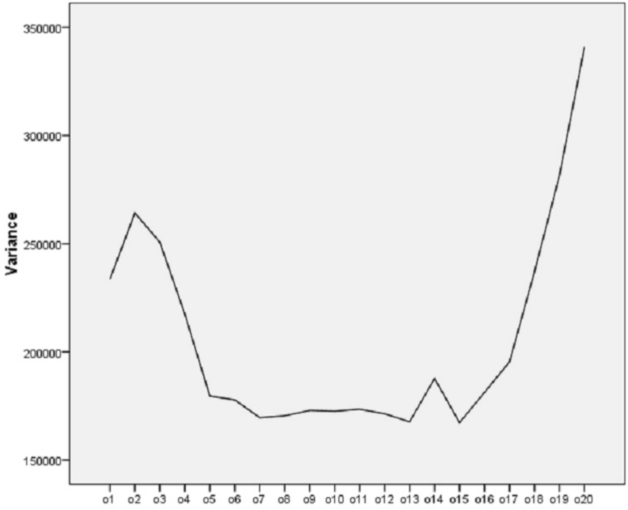
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	539	36,2	36,2	36,2
	employé privé	948	63,8	63,8	100,0
	Total	1487	100,0	100,0	

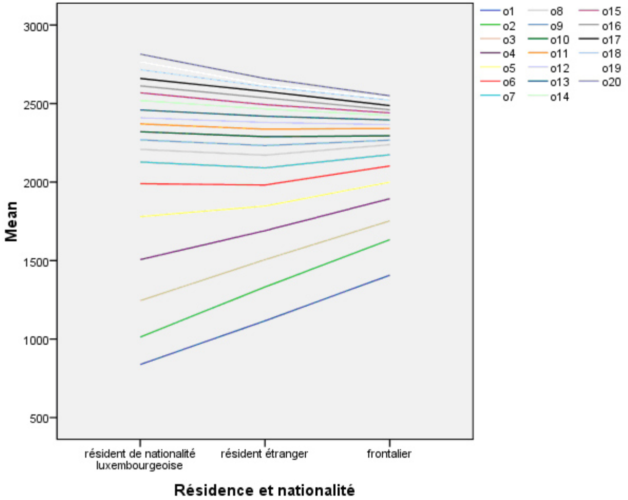
3^{eme} groupe



3^{eme} groupe

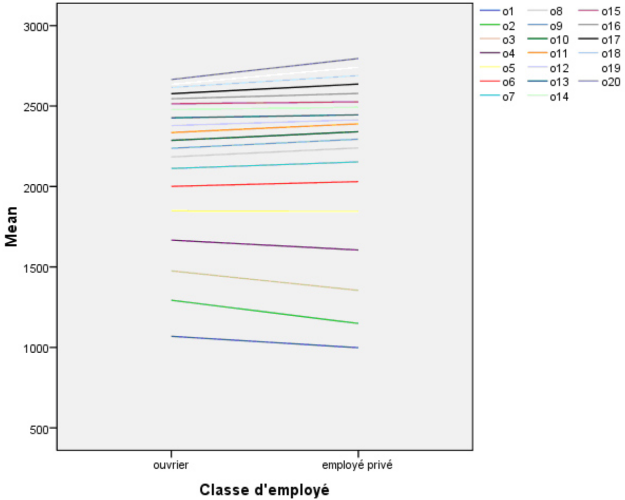

Variance
350000
300000
250000
200000
150000
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

3^{eme} groupe



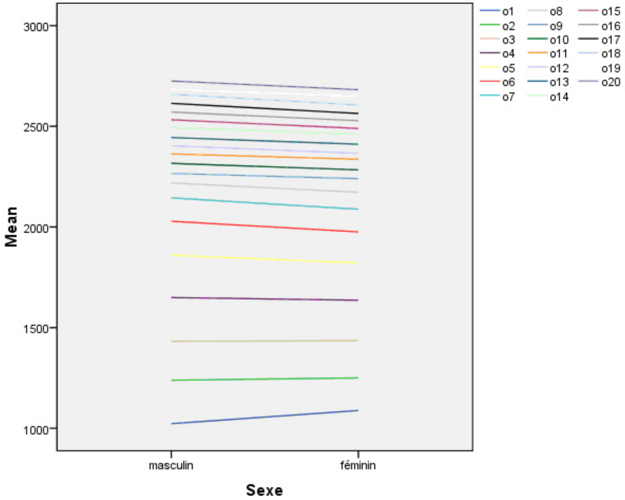
Mean
3000
2500
2000
1500
1000
500
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

3^{eme} groupe



Mean
3000
2500
2000
1500
1000
500
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

3^{eme} groupe



Mean
3000
2500
2000
1500
1000
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

4^{eme} groupe

7.9 % de la population

4^{eme} groupe

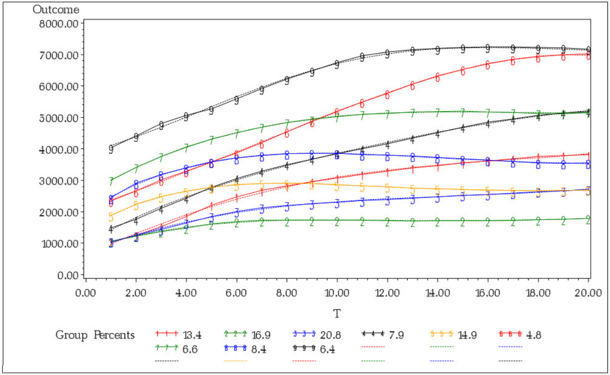
7.9 % de la population

$$P(x) = 976 + 474t - 29.6t^2 - 0.029t^4$$

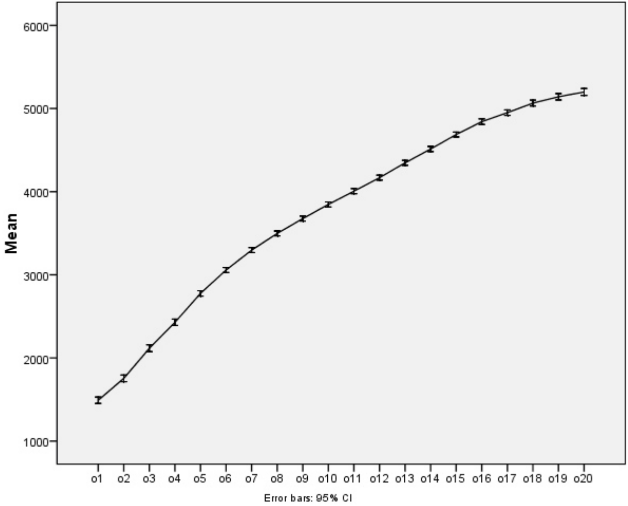
4^{eme} groupe

7.9 % de la population

$$P(x) = 976 + 474t - 29.6t^2 - 0.029t^4$$



4^{eme} groupe



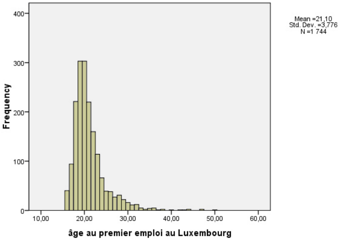
6000
5000
4000
3000
2000
1000
Mean
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

4^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	15,00	40	2,3	2,3	2,3
	16,00	94	5,4	5,4	7,7
	17,00	221	12,7	12,7	20,4
	18,00	303	17,4	17,4	37,7
	19,00	303	17,4	17,4	55,1
	20,00	220	12,6	12,6	67,7
	21,00	160	9,2	9,2	76,9
	22,00	114	6,5	6,5	83,4
	23,00	66	3,8	3,8	87,2
	24,00	39	2,2	2,2	89,4
	25,00	38	2,2	2,2	91,6
	26,00	27	1,5	1,5	93,2
	27,00	31	1,8	1,8	95,0
	28,00	22	1,3	1,3	96,2
	29,00	16	,9	,9	97,1
	30,00	11	,6	,6	97,8
	31,00	12	,7	,7	98,5
	32,00	5	,3	,3	98,7
	33,00	2	,1	,1	98,9
	34,00	4	,2	,2	99,1
	35,00	5	,3	,3	99,4
	36,00	1	,1	,1	99,4
	37,00	2	,1	,1	99,5
	39,00	1	,1	,1	99,6
	41,00	1	,1	,1	99,7
	42,00	1	,1	,1	99,7
	43,00	2	,1	,1	99,8
	46,00	2	,1	,1	99,9
	49,00	1	,1	,1	100,0
	Total	1744	99,9	100,0	
Missing	System	2	,1		
Total		1746	100,0		

âge au premier emploi au Luxembourg



4^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1100	63,1	63,1	63,1
	féminin	644	36,9	36,9	100,0
	Total	1744	100,0	100,0	

4^{eme} groupe

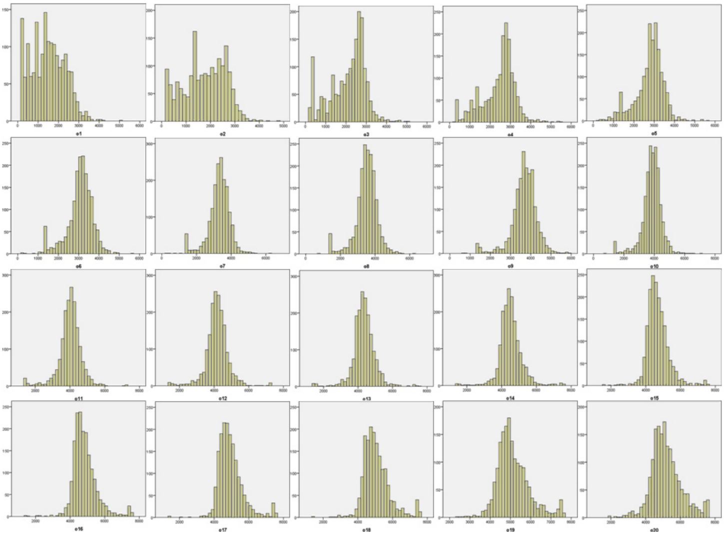
Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	1211	69,4	69,4	69,4
	résident étranger	260	14,9	14,9	84,3
	frontalier	273	15,6	15,7	100,0
	Total	1744	99,9	100,0	
Missing	System	2	,1		
Total		1746	100,0		

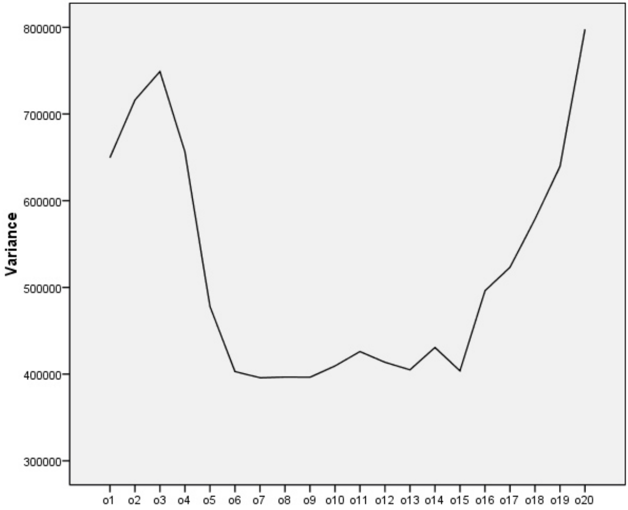
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	117	6,7	6,7	6,7
	employé privé	1627	93,2	93,3	100,0
	Total	1744	99,9	100,0	
Missing	System	2	,1		
Total		1746	100,0		

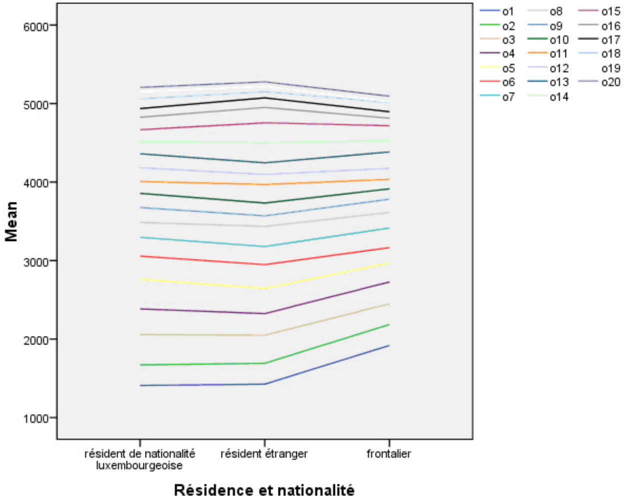
4^{eme} groupe


e1
e2
e3
e4
e5
e6
e7
e8
e9
e10
e11
e12
e13
e14
e15
e16
e17
e18
e19
e20

4^{eme} groupe

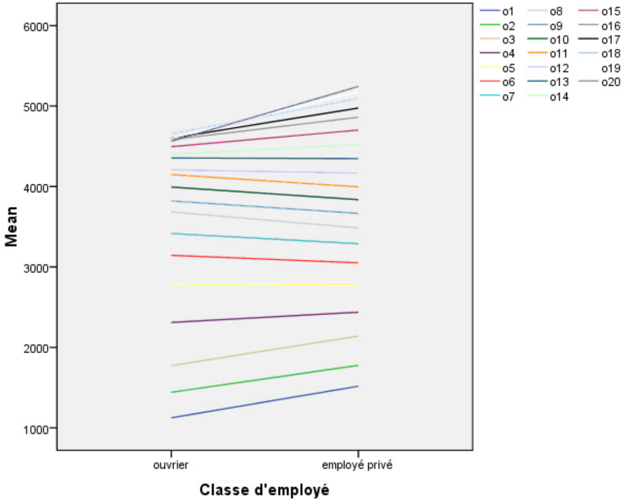

800000
700000
600000
500000
400000
300000
Variance
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

4^{eme} groupe

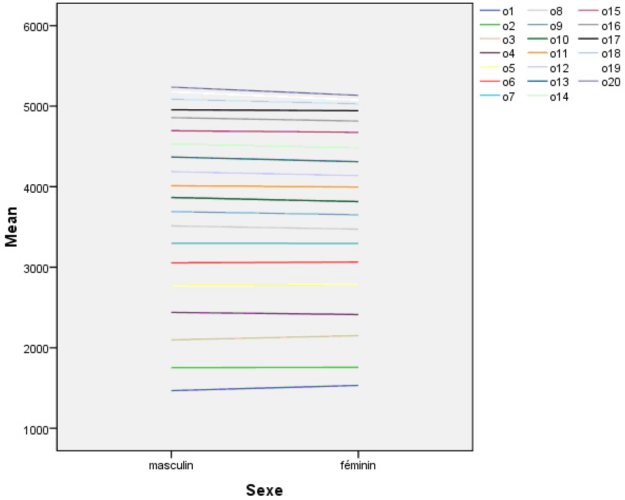


Mean
6000
5000
4000
3000
2000
1000
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

4^{eme} groupe


6000
5000
4000
3000
2000
1000
Mean
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

4^{eme} groupe


o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20
6000
5000
4000
3000
2000
1000
Mean
masculin
féminin
Sexe

5^{eme} groupe

14.9 % de la population

5^{eme} groupe

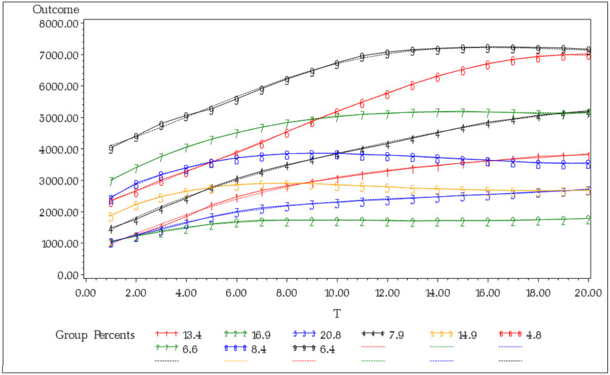
14.9 % de la population

$$P(x) = 1452 + 490t - 29.6t^2 + 1.38t^3 - 0.028t^4$$

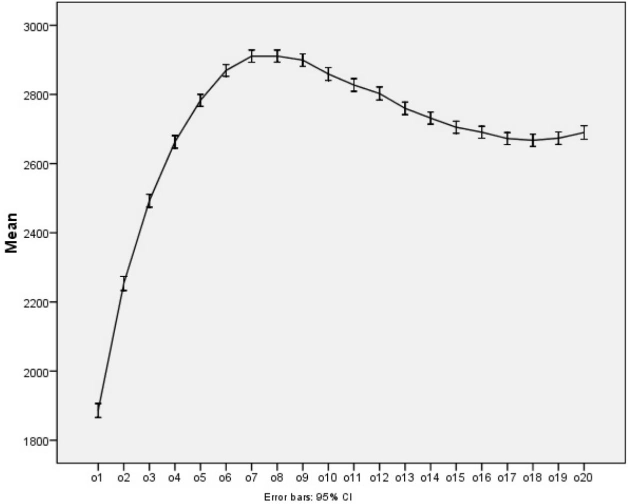
5^{eme} groupe

14.9 % de la population

$$P(x) = 1452 + 490t - 29.6t^2 + 1.38t^3 - 0.028t^4$$



5^{eme} groupe

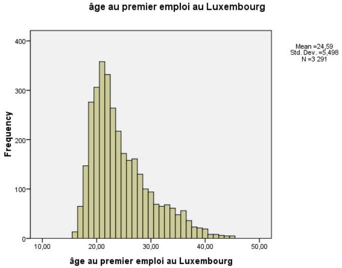


3000
2800
2600
2400
2200
2000
1800
Mean
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

5^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	15,00	13	,4	,4	,4
	16,00	65	2,0	2,0	2,4
	17,00	147	4,5	4,5	6,8
	18,00	276	8,4	8,4	15,2
	19,00	306	9,3	9,3	24,5
	20,00	358	10,9	10,9	35,4
	21,00	332	10,1	10,1	45,5
	22,00	264	8,0	8,0	53,5
	23,00	217	6,6	6,6	60,1
	24,00	172	5,2	5,2	65,3
	25,00	158	4,8	4,8	70,1
	26,00	161	4,9	4,9	75,0
	27,00	130	3,9	4,0	79,0
	28,00	100	3,0	3,0	82,0
	29,00	94	2,9	2,9	84,9
	30,00	69	2,1	2,1	87,0
	31,00	65	2,0	2,0	88,9
	32,00	68	2,1	2,1	91,0
	33,00	61	1,9	1,9	92,9
	34,00	48	1,5	1,5	94,3
	35,00	56	1,7	1,7	96,0
	36,00	36	1,1	1,1	97,1
	37,00	23	,7	,7	97,8
	38,00	21	,6	,6	98,5
	39,00	19	,6	,6	99,0
	40,00	8	,2	,2	99,3
	41,00	8	,2	,2	99,5
	42,00	6	,2	,2	99,7
	43,00	5	,2	,2	99,8
	44,00	5	,2	,2	100,0
	Total	3291	99,9	100,0	
Missing	System	2	,1		
Total		3293	100,0		



5^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	2359	71,7	71,7	71,7
	féminin	932	28,3	28,3	100,0
	Total	3291	100,0	100,0	

5^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	2359	71,7	71,7	71,7
	féminin	932	28,3	28,3	100,0
	Total	3291	100,0	100,0	

Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	862	26,2	26,2	26,2
	résident étranger	768	23,3	23,3	49,5
	frontalier	1661	50,5	50,5	100,0
	Total	3291	100,0	100,0	

5^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1910	81,0	81,0	81,0
	employé privé	449	19,0	19,0	100,0
	Total	2359	100,0	100,0	

5^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

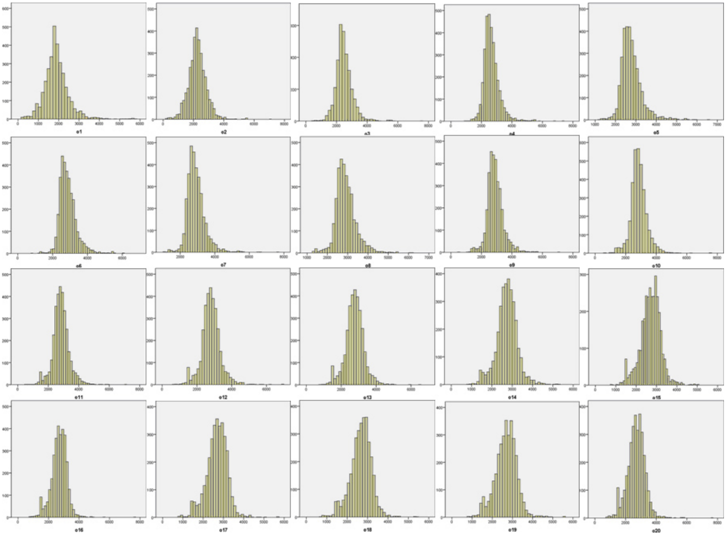
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1910	81,0	81,0	81,0
	employé privé	449	19,0	19,0	100,0
	Total	2359	100,0	100,0	

Femmes :

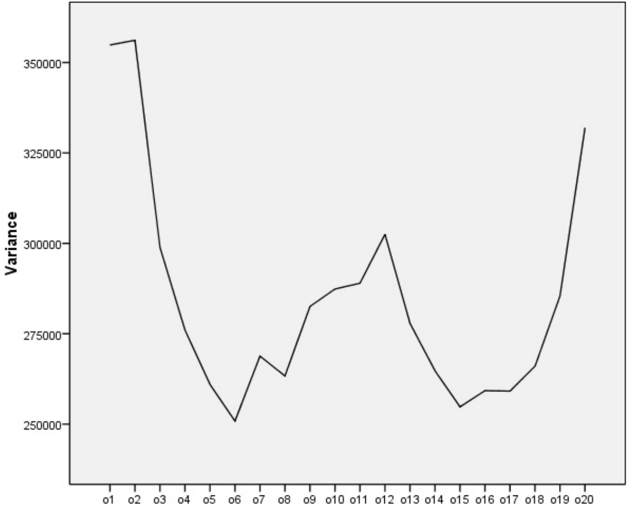
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	71	7,6	7,6	7,6
	employé privé	861	92,4	92,4	100,0
	Total	932	100,0	100,0	

5^{eme} groupe

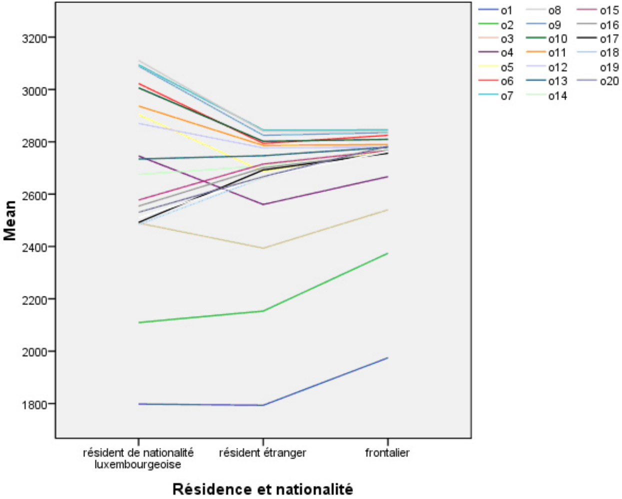


5^{eme} groupe

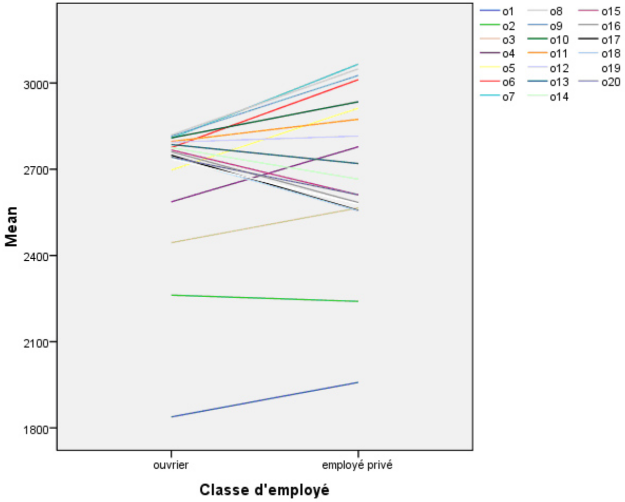


Variance
350000
325000
300000
275000
250000
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

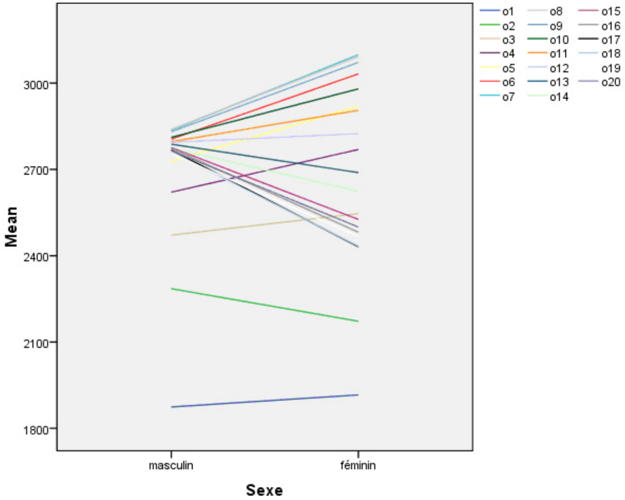
5^{eme} groupe


3200
3000
2800
2600
2400
2200
2000
1800
Mean
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

5^{eme} groupe


Mean
3000
2700
2400
2100
1800
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

5^{eme} groupe



Mean
3000
2700
2400
2100
1800
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

6^{eme} groupe

4.8 % de la population

6^{eme} groupe

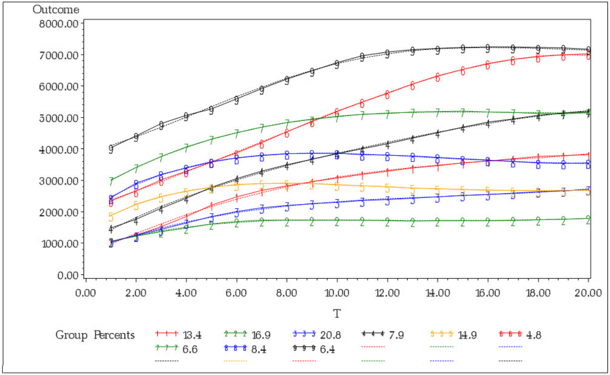
4.8 % de la population

$P(x) = 2089 - 0.017t^4$

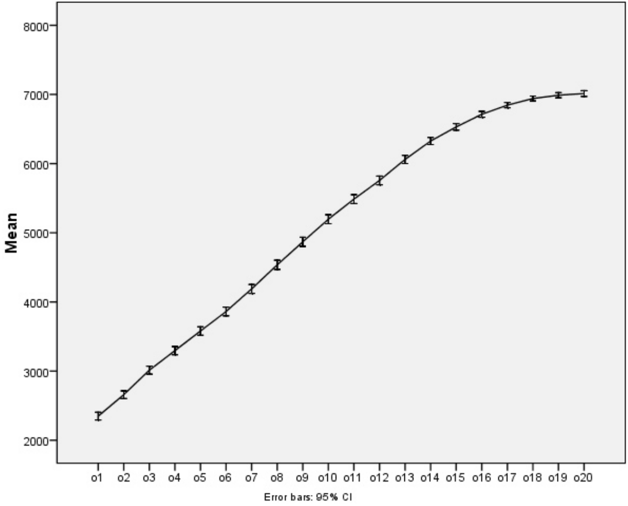
6^{eme} groupe

4.8 % de la population

$P(x) = 2089 - 0.017t^4$



6^{eme} groupe

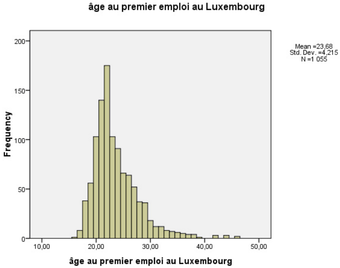


Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

6eme groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	15,00	1	,1	,1	,1
	16,00	8	,8	,8	,9
	17,00	38	3,6	3,6	4,5
	18,00	56	5,3	5,3	9,8
	19,00	103	9,7	9,8	19,5
	20,00	140	13,2	13,3	32,8
	21,00	175	16,5	16,6	49,4
	22,00	103	9,7	9,8	59,1
	23,00	91	8,6	8,6	67,8
	24,00	66	6,2	6,3	74,0
	25,00	64	6,0	6,1	80,1
	26,00	52	4,9	4,9	85,0
	27,00	37	3,5	3,5	88,5
	28,00	36	3,4	3,4	91,9
	29,00	18	1,7	1,7	93,6
	30,00	12	1,1	1,1	94,8
	31,00	12	1,1	1,1	95,9
	32,00	8	,8	,8	96,7
	33,00	7	,7	,7	97,3
	34,00	6	,6	,6	97,9
	35,00	5	,5	,5	98,4
	36,00	4	,4	,4	98,8
	37,00	4	,4	,4	99,1
	38,00	1	,1	,1	99,2
	41,00	3	,3	,3	99,5
	43,00	3	,3	,3	99,8
	45,00	2	,2	,2	100,0
	Total	1055	99,2	100,0	
Missing	System	8	,8		
Total		1063	100,0		



6^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	784	74,3	74,3	74,3
	féminin	271	25,7	25,7	100,0
	Total	1055	100,0	100,0	

6^{eme} groupe

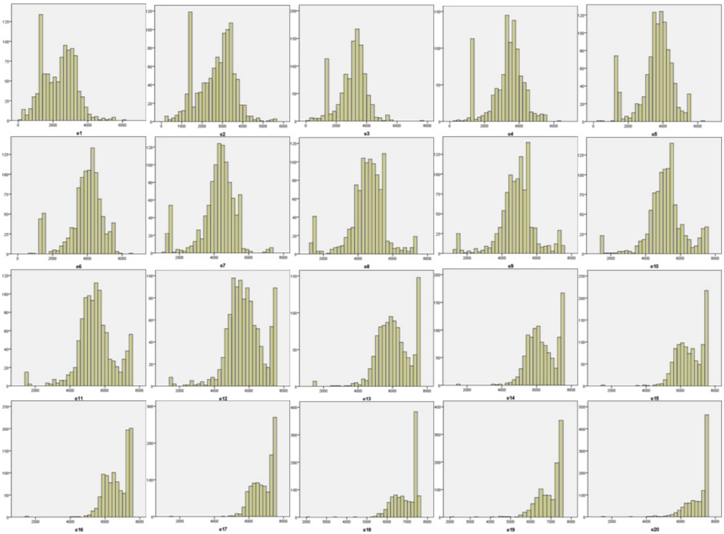
Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	651	61,2	61,7	61,7
	résident étranger	184	17,3	17,4	79,1
	frontalier	220	20,7	20,9	100,0
	Total	1055	99,2	100,0	
Missing	System	8	,8		
Total		1063	100,0		

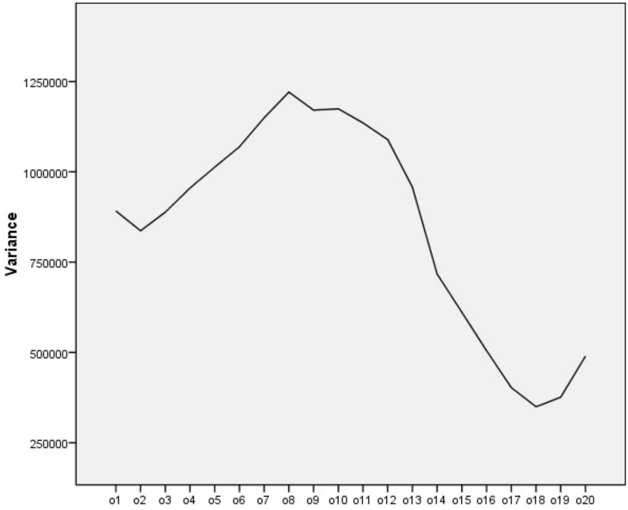
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	3	,3	,3	,3
	employé privé	1052	99,0	99,7	100,0
	Total	1055	99,2	100,0	
Missing	System	8	,8		
Total		1063	100,0		

6^{eme} groupe

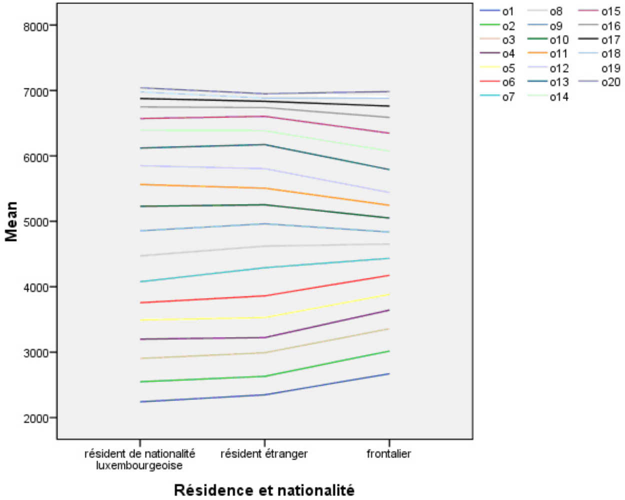


6^{eme} groupe



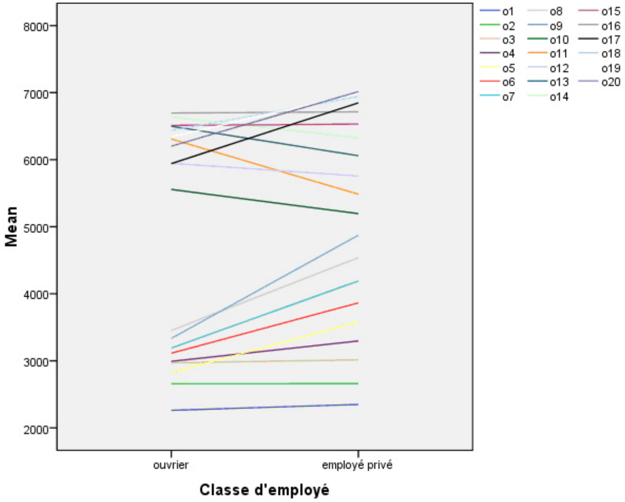
Variance
1250000
1000000
750000
500000
250000
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

6^{eme} groupe



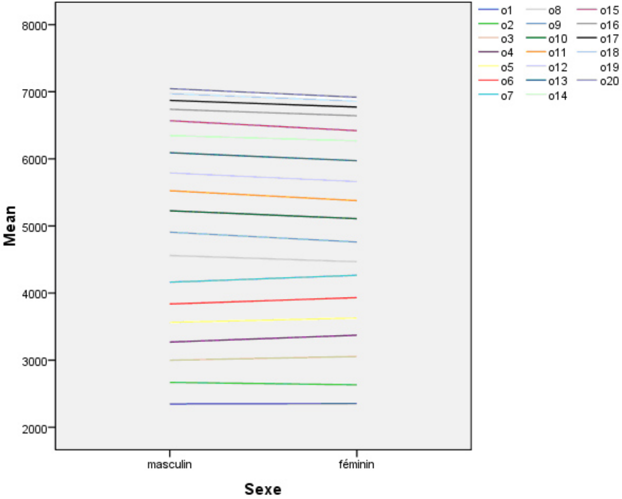
Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

6^{eme} groupe



Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

6^{eme} groupe



Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

7^{eme} groupe

6.6 % de la population

7^{eme} groupe

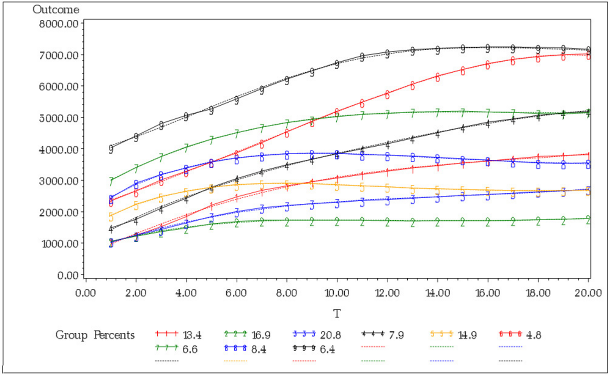
6.6 % de la population

$$P(x) = 2556 + 484t - 29.9t^2 + 0.66t^3$$

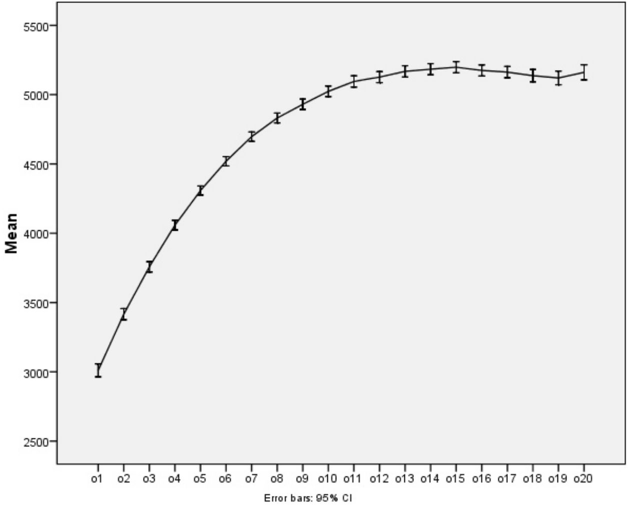
7^{eme} groupe

6.6 % de la population

$$P(x) = 2556 + 484t - 29.9t^2 + 0.66t^3$$



7^{eme} groupe

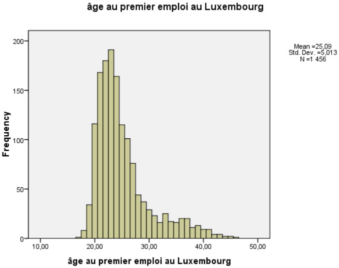


Mean
5500
5000
4500
4000
3500
3000
2500
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

7^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	16,00	1	,1	,1	,1
	17,00	8	,5	,5	,6
	18,00	34	2,3	2,3	3,0
	19,00	116	7,9	8,0	10,9
	20,00	168	11,5	11,5	22,5
	21,00	180	12,3	12,4	34,8
	22,00	191	13,1	13,1	47,9
	23,00	164	11,2	11,3	59,2
	24,00	115	7,9	7,9	67,1
	25,00	101	6,9	6,9	74,0
	26,00	76	5,2	5,2	79,3
	27,00	44	3,0	3,0	82,3
	28,00	37	2,5	2,5	84,8
	29,00	29	2,0	2,0	86,8
	30,00	23	1,6	1,6	88,4
	31,00	16	1,1	1,1	89,5
	32,00	25	1,7	1,7	91,2
	33,00	17	1,2	1,2	92,4
	34,00	16	1,1	1,1	93,5
	35,00	20	1,4	1,4	94,8
	36,00	20	1,4	1,4	96,2
	37,00	11	,8	,8	97,0
	38,00	13	,9	,9	97,9
	39,00	9	,6	,6	98,5
	40,00	9	,6	,6	99,1
	41,00	4	,3	,3	99,4
	42,00	4	,3	,3	99,7
	43,00	2	,1	,1	99,8
	44,00	2	,1	,1	99,9
	45,00	1	,1	,1	100,0
	Total	1456	99,6	100,0	
Missing	System	6	,4		
Total		1462	100,0		



7^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	874	60,0	60,0	60,0
	féminin	582	40,0	40,0	100,0
	Total	1456	100,0	100,0	

7^{eme} groupe

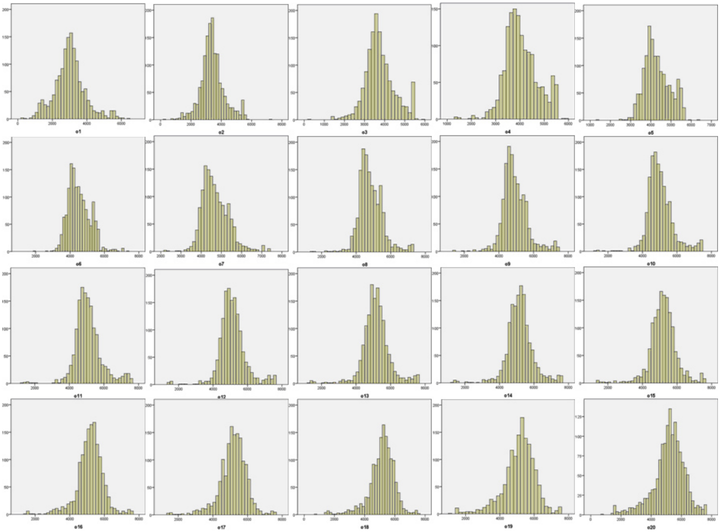
Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	632	43,2	43,4	43,4
	résident étranger	273	18,7	18,8	62,2
	frontalier	551	37,7	37,8	100,0
	Total	1456	99,6	100,0	
Missing	System	6	,4		
Total		1462	100,0		

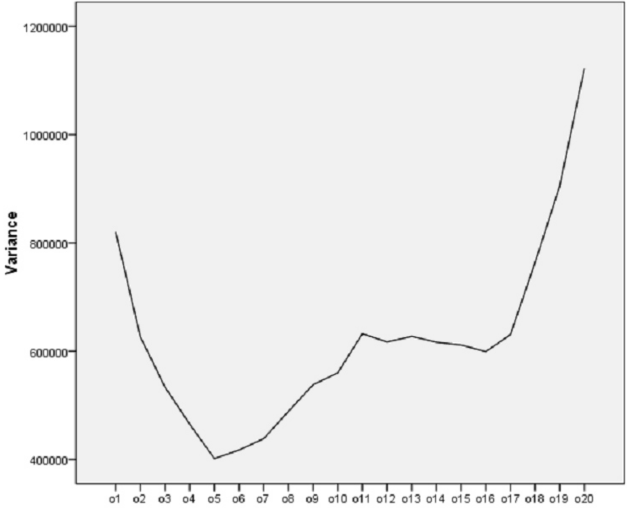
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	19	1,3	1,3	1,3
	employé privé	1437	98,3	98,7	100,0
	Total	1456	99,6	100,0	
Missing	System	6	,4		
Total		1462	100,0		

7^{eme} groupe

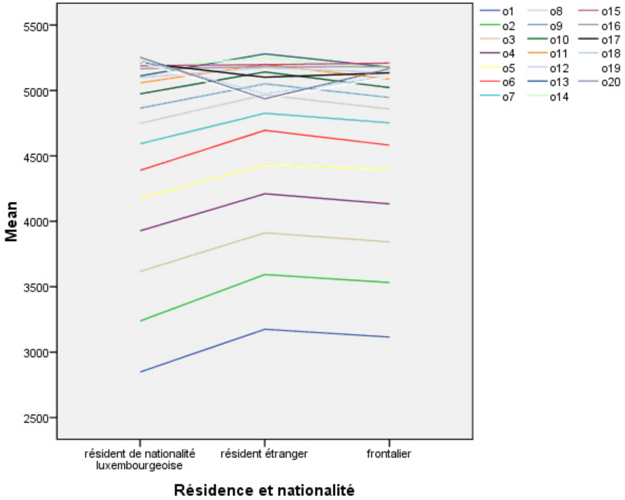


7^{eme} groupe



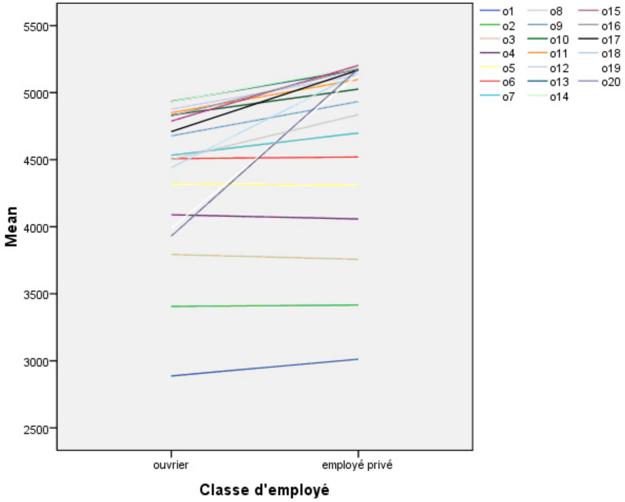
1200000
1000000
800000
600000
400000
Variance
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

7^{eme} groupe



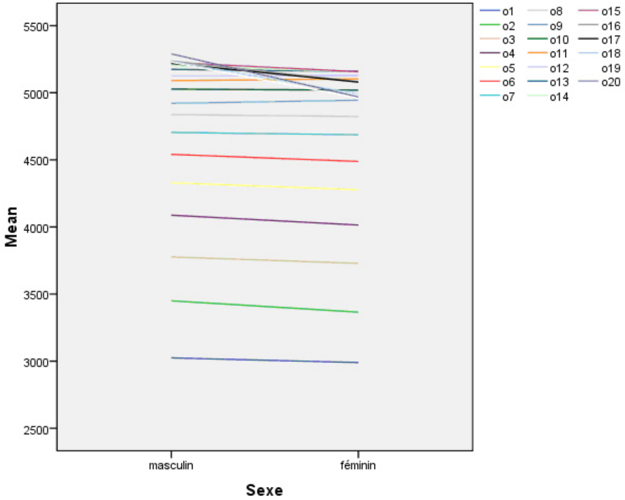
Mean
5500
5000
4500
4000
3500
3000
2500
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

7^{eme} groupe



5500
5000
4500
4000
3500
3000
2500
Mean
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

7^{eme} groupe


Mean
5500
5000
4500
4000
3500
3000
2500
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

8^{eme} groupe

8.4 % de la population

8^{eme} groupe

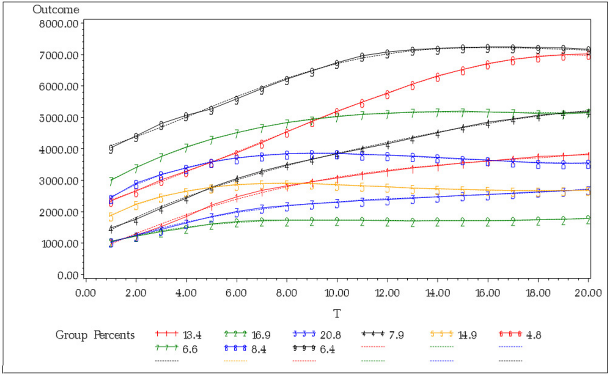
8.4 % de la population

$$P(x) = 1987 + 537t - 52.7t^2 + 2.06t^3 - 0.028t^4$$

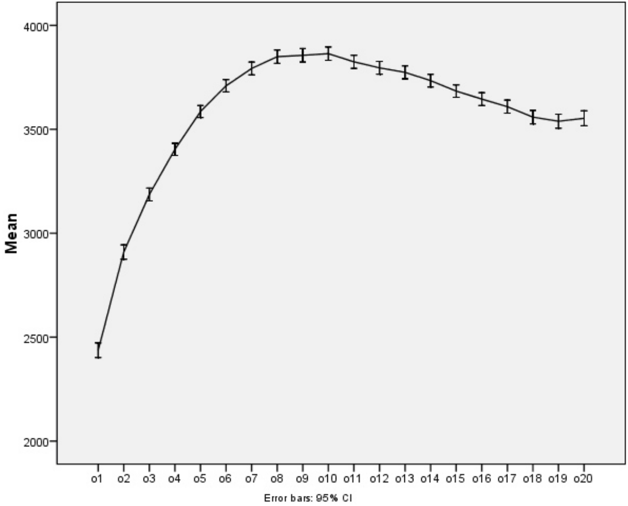
8^{eme} groupe

8.4 % de la population

$$P(x) = 1987 + 537t - 52.7t^2 + 2.06t^3 - 0.028t^4$$



8^{eme} groupe

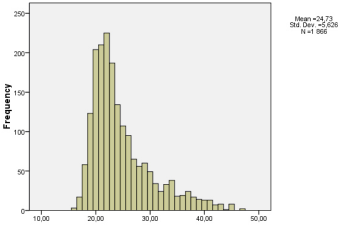

4000
3500
3000
2500
2000
Mean
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

8^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	15,00	3	,2	,2	,2
	16,00	17	,9	,9	1,1
	17,00	58	3,1	3,1	4,2
	18,00	123	6,6	6,6	10,8
	19,00	204	10,9	10,9	21,7
	20,00	210	11,2	11,3	33,0
	21,00	225	12,0	12,1	45,0
	22,00	187	10,0	10,0	55,0
	23,00	134	7,2	7,2	62,2
	24,00	107	5,7	5,7	68,0
	25,00	95	5,1	5,1	73,0
	26,00	65	3,5	3,5	76,5
	27,00	56	3,0	3,0	79,5
	28,00	60	3,2	3,2	82,7
	29,00	49	2,6	2,6	85,4
	30,00	34	1,8	1,8	87,2
	31,00	24	1,3	1,3	88,5
	32,00	33	1,8	1,8	90,2
	33,00	38	2,0	2,0	92,3
	34,00	18	1,0	1,0	93,2
	35,00	19	1,0	1,0	94,3
	36,00	24	1,3	1,3	95,6
	37,00	17	,9	,9	96,5
	38,00	14	,7	,8	97,2
	39,00	13	,7	,7	97,9
	40,00	13	,7	,7	98,6
	41,00	7	,4	,4	99,0
	42,00	8	,4	,4	99,4
	43,00	1	,1	,1	99,5
	44,00	8	,4	,4	99,9
	46,00	2	,1	,1	100,0
	Total	1866	99,8	100,0	
Missing	System	3	,2		
Total		1869	100,0		

âge au premier emploi au Luxembourg



8^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1129	60,5	60,5	60,5
	féminin	737	39,5	39,5	100,0
	Total	1866	100,0	100,0	

8^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1129	60,5	60,5	60,5
	féminin	737	39,5	39,5	100,0
	Total	1866	100,0	100,0	

Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	692	37,1	37,1	37,1
	résident étranger	290	15,5	15,5	52,6
	frontalier	884	47,4	47,4	100,0
	Total	1866	100,0	100,0	

8^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	594	52,6	52,6	52,6
	employé privé	535	47,4	47,4	100,0
	Total	1129	100,0	100,0	

8^{eme} groupe

Hommes :

Classe d'employé

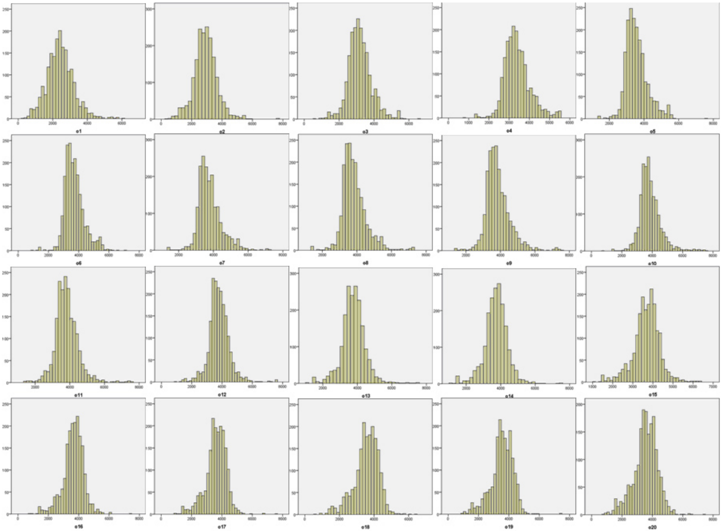
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	594	52,6	52,6	52,6
	employé privé	535	47,4	47,4	100,0
	Total	1129	100,0	100,0	

Femmes :

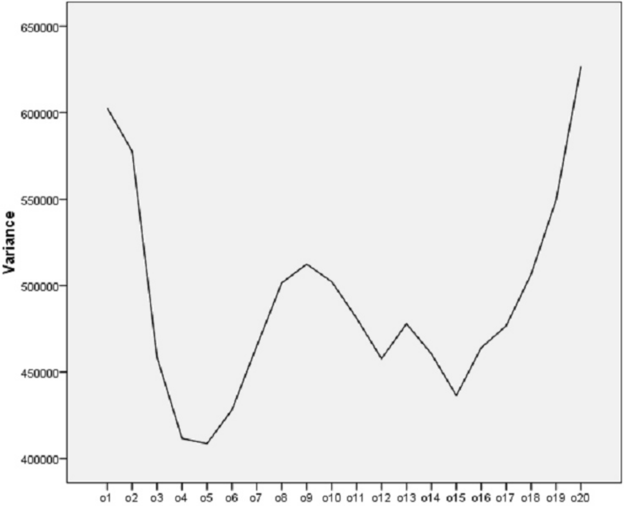
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	6	,8	,8	,8
	employé privé	731	99,2	99,2	100,0
	Total	737	100,0	100,0	

8eme groupe

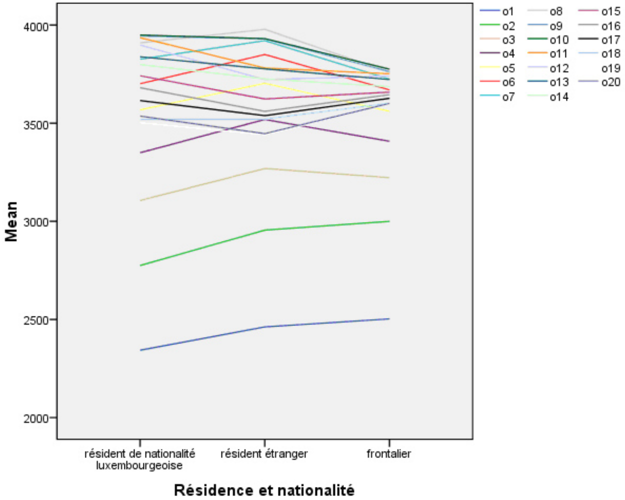


8^{eme} groupe



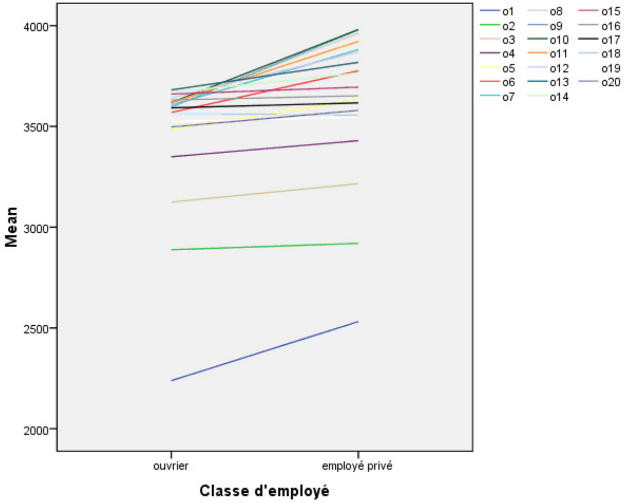
650000
600000
550000
500000
450000
400000
Variance
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

8^{eme} groupe



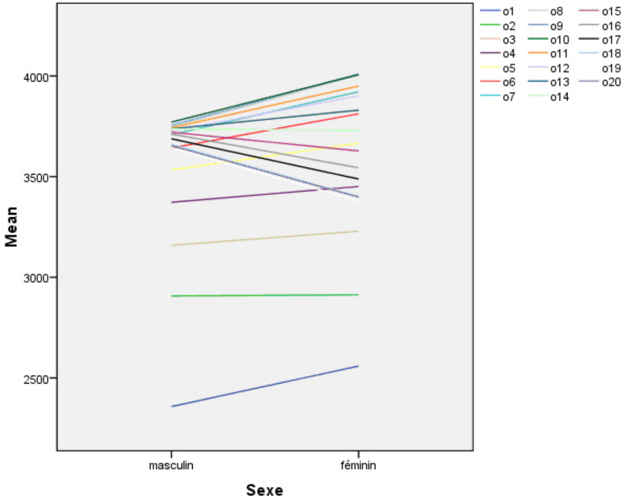
4000
3500
3000
2500
2000
Mean
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

8^{eme} groupe



4000
3500
3000
2500
2000
Mean
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

8^{eme} groupe



Mean
4000
3500
3000
2500
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

9^{eme} groupe

6.4 % de la population

9^{eme} groupe

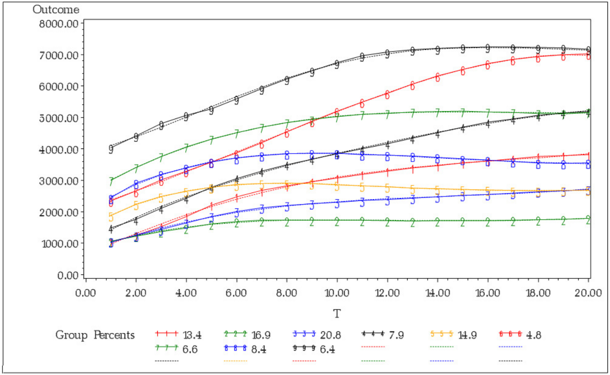
6.4 % de la population

$$P(x) = 3873 + 206t + 30t2 - 2.89t^3 + 0.06t^4$$

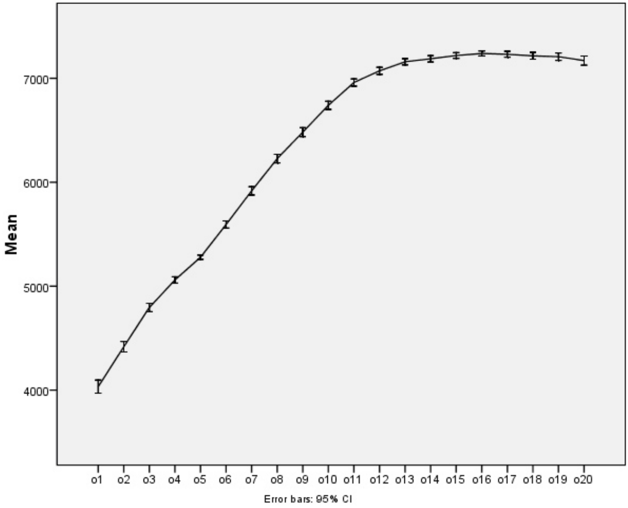
9^{eme} groupe

6.4 % de la population

$$P(x) = 3873 + 206t + 30t2 - 2.89t^3 + 0.06t^4$$



9^{eme} groupe

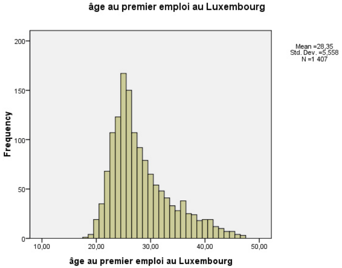


Mean
7000
6000
5000
4000
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20
Error bars: 95% CI

9^{eme} groupe

Age_initial

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	17,00	1	,1	,1	,1
	18,00	4	,3	,3	,4
	19,00	19	1,3	1,4	1,7
	20,00	35	2,5	2,5	4,2
	21,00	68	4,8	4,8	9,0
	22,00	107	7,5	7,6	16,6
	23,00	123	8,7	8,7	25,4
	24,00	167	11,8	11,9	37,2
	25,00	150	10,6	10,7	47,9
	26,00	107	7,5	7,6	55,5
	27,00	92	6,5	6,5	62,0
	28,00	79	5,6	5,6	67,7
	29,00	65	4,6	4,6	72,3
	30,00	54	3,8	3,8	76,1
	31,00	48	3,4	3,4	79,5
	32,00	41	2,9	2,9	82,4
	33,00	33	2,3	2,3	84,8
	34,00	28	2,0	2,0	86,8
	35,00	38	2,7	2,7	89,5
	36,00	25	1,8	1,8	91,3
	37,00	24	1,7	1,7	93,0
	38,00	18	1,3	1,3	94,2
	39,00	19	1,3	1,4	95,6
	40,00	19	1,3	1,4	96,9
	41,00	12	,8	,9	97,8
	42,00	10	,7	,7	98,5
	43,00	7	,5	,5	99,0
	44,00	7	,5	,5	99,5
	45,00	4	,3	,3	99,8
	46,00	3	,2	,2	100,0
	Total	1407	99,2	100,0	
Missing	System	11	,8		
Total		1418	100,0		



9^{eme} groupe

Sexe

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	masculin	1200	85,3	85,3	85,3
	féminin	207	14,7	14,7	100,0
	Total	1407	100,0	100,0	

9^{eme} groupe

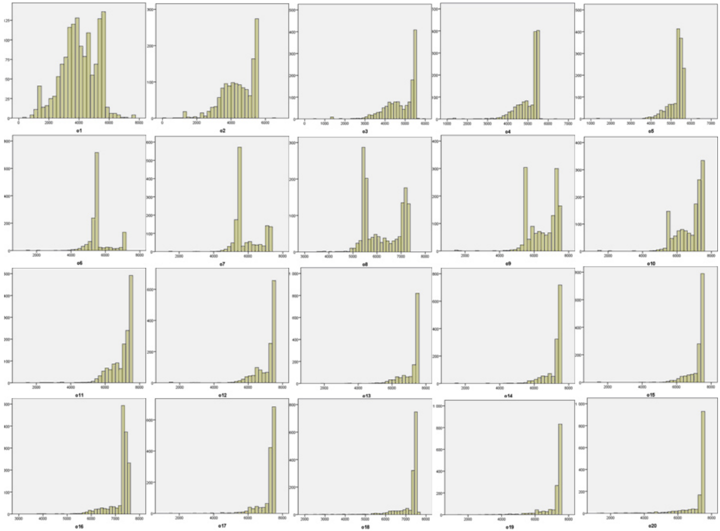
Résidence et nationalité

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	résident de nationalité luxembourgeoise	468	33,0	33,3	33,3
	résident étranger	475	33,5	33,8	67,0
	frontalier	464	32,7	33,0	100,0
	Total	1407	99,2	100,0	
Missing	System	11	,8		
Total		1418	100,0		

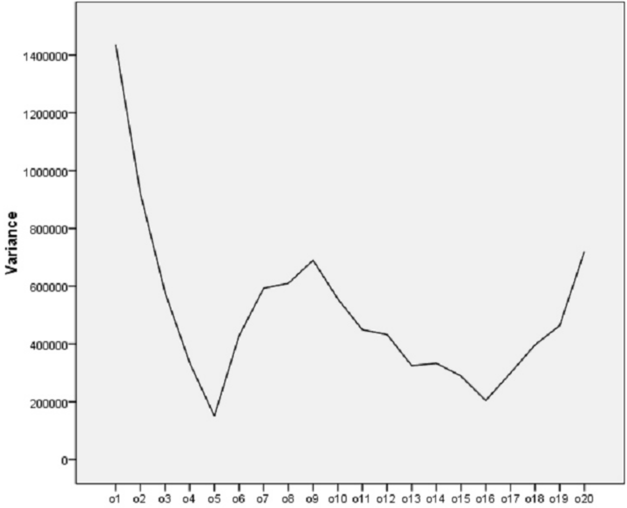
Classe d'employé

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	ouvrier	1	,1	,1	,1
	employé privé	1406	99,2	99,9	100,0
	Total	1407	99,2	100,0	
Missing	System	11	,8		
Total		1418	100,0		

9^{eme} groupe

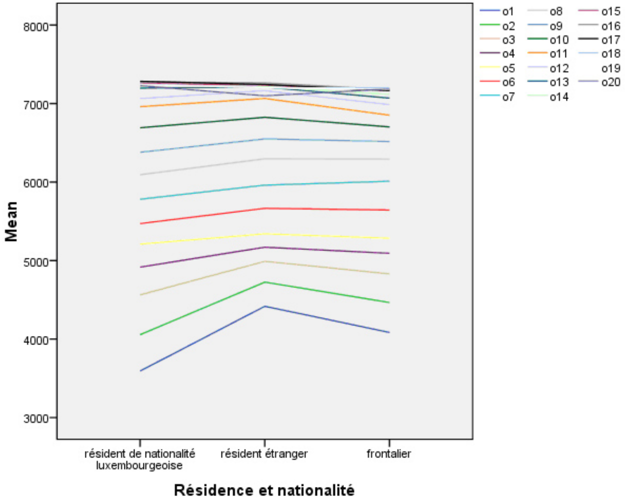


9^{eme} groupe



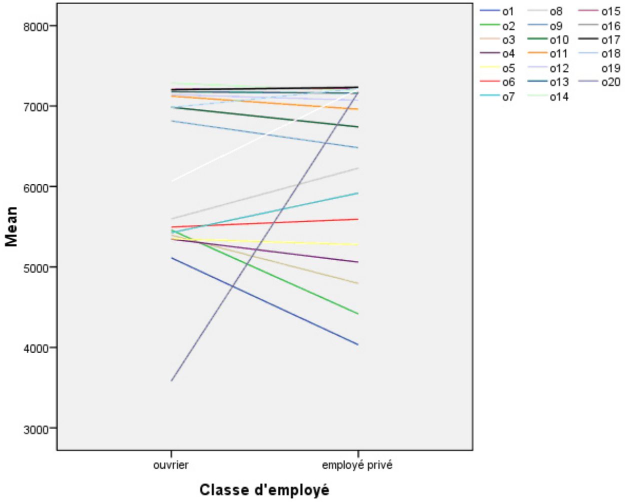
Variance
1400000
1200000
1000000
800000
600000
400000
200000
0
o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8 o9 o10 o11 o12 o13 o14 o15 o16 o17 o18 o19 o20

9^{eme} groupe



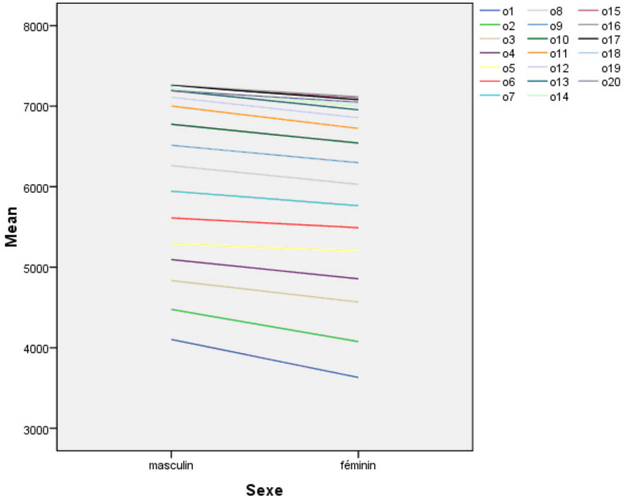
Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
résident de nationalité luxembourgeoise
résident étranger
frontalier
Résidence et nationalité
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

9eme groupe



Mean
8000
7000
6000
5000
4000
3000
ouvrier
employé privé
Classe d'employé
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

9^{eme} groupe



8000
7000
6000
5000
4000
3000
Mean
masculin
féminin
Sexe
o1
o2
o3
o4
o5
o6
o7
o8
o9
o10
o11
o12
o13
o14
o15
o16
o17
o18
o19
o20

Contenu

Dynamique des salaires

Croissance annuelle moyenne des salaires :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
$\lambda_i = 3.07\%$	$\lambda_2 = 0.96\%$	$\lambda_3 = 1.45\%$	$\lambda_4 = 2.82\%$	$\lambda_5 = 0.19\%$
Groupe 6	Groupe 7	Groupe 8	Groupe 9	
$\lambda_6 = 2.58\%$	$\lambda_7 = 1.28\%$	$\lambda_8 = 0.48\%$	$\lambda_9 = 1.09\%$	

Dynamique des salaires

Croissance annuelle moyenne des salaires :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
$\lambda_i = 3.07\%$	$\lambda_2 = 0.96\%$	$\lambda_3 = 1.45\%$	$\lambda_4 = 2.82\%$	$\lambda_5 = 0.19\%$
Groupe 6	Groupe 7	Groupe 8	Groupe 9	
$\lambda_6 = 2.58\%$	$\lambda_7 = 1.28\%$	$\lambda_8 = 0.48\%$	$\lambda_9 = 1.09\%$	

Carrières plates : groupes 2,5 and 8.

Dynamique des salaires

Croissance annuelle moyenne des salaires :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
$\lambda_i = 3.07\%$	$\lambda_2 = 0.96\%$	$\lambda_3 = 1.45\%$	$\lambda_4 = 2.82\%$	$\lambda_5 = 0.19\%$
Groupe 6	Groupe 7	Groupe 8	Groupe 9	
$\lambda_6 = 2.58\%$	$\lambda_7 = 1.28\%$	$\lambda_8 = 0.48\%$	$\lambda_9 = 1.09\%$	

Carrières plates : groupes 2,5 and 8.

Croissance normale : groupes 3,7 and 9.

Dynamique des salaires

Croissance annuelle moyenne des salaires :

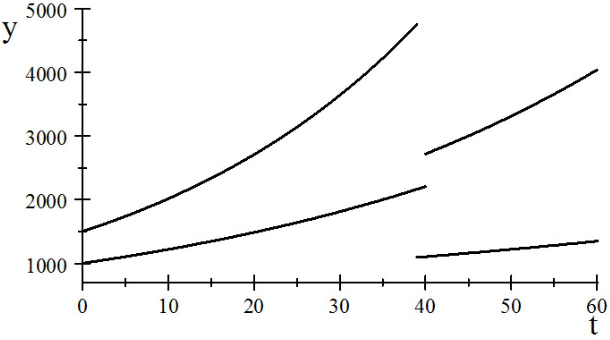
Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
$\lambda_i = 3.07\%$	$\lambda_2 = 0.96\%$	$\lambda_3 = 1.45\%$	$\lambda_4 = 2.82\%$	$\lambda_5 = 0.19\%$
Groupe 6	Groupe 7	Groupe 8	Groupe 9	
$\lambda_6 = 2.58\%$	$\lambda_7 = 1.28\%$	$\lambda_8 = 0.48\%$	$\lambda_9 = 1.09\%$	

Carrières plates : groupes 2,5 and 8.

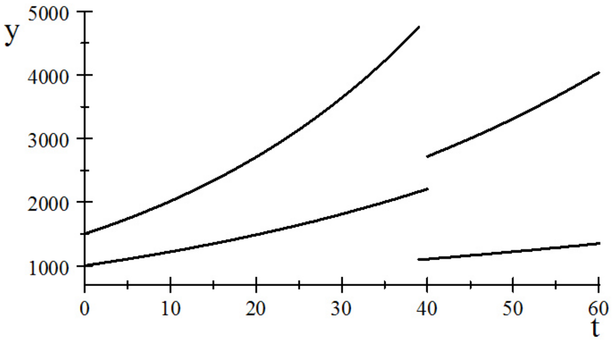
Croissance normale : groupes 3,7 and 9.

Carrières dynamiques : groupes 1,4 and 6.

Exemple simplifié

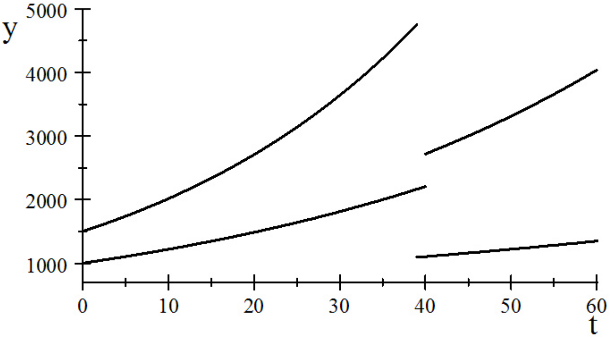


Exemple simplifié



2 trajectoires S^1 et S^2 avec des tailles de groupe de 60% et 40% respectivement de la population.

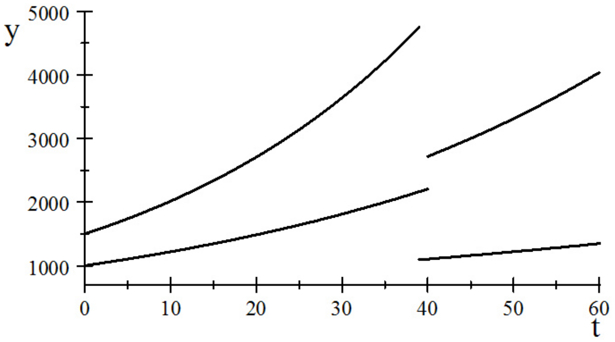
Exemple simplifié



2 trajectoires S^1 et S^2 avec des tailles de groupe de 60% et 40% respectivement de la population.

Durée de l'activité professionnelle : $T = 40$ annés.

Exemple simplifié



2 trajectoires S^1 et S^2 avec des tailles de groupe de 60% et 40% respectivement de la population.

Durée de l'activité professionnelle : $T = 40$ annés.

Espérance de vie additionnelle : $T^* = 20$ années.

Hypothèses

Les salaires augmentent linéairement, S^1 avec une valeur initiale de 1500 euros et un taux de croissance annuel de 3 %, S^2 avec une valeur initiale de 1000 euros et un taux de croissance annuel de 2 %.

Hypothèses

Les salaires augmentent linéairement, S^1 avec une valeur initiale de 1500 euros et un taux de croissance annuel de 3 %, S^2 avec une valeur initiale de 1000 euros et un taux de croissance annuel de 2 %.

Les pensions augmentent aussi linéairement, P^1 avec une valeur initiale de 2718 euros et un taux de croissance annuel de 2%, P^2 avec une valeur initiale de 1104 euros et un taux de croissance annuel de 1%.

Hypothèses

Les salaires augmentent linéairement, S^1 avec une valeur initiale de 1500 euros et un taux de croissance annuel de 3 %, S^2 avec une valeur initiale de 1000 euros et un taux de croissance annuel de 2 %.

Les pensions augmentent aussi linéairement, P^1 avec une valeur initiale de 2718 euros et un taux de croissance annuel de 2%, P^2 avec une valeur initiale de 1104 euros et un taux de croissance annuel de 1%.

Au Luxembourg, il y a un modèle de répartition, ce qui veut dire que les retraites à l'instant t sont payés par les cotisations des salariés au même instant t. Chaque génération finance donc les retraites de la génération précécente.

Taux de remplacement

Taux de remplacement = première pension / dernier salaire

Taux de remplacement

Taux de remplacement = première pension / dernier salaire

For S^1, $t_{rep} = \frac{2718}{1500(1+0.03)^{39}} \simeq 57\%$.

Taux de remplacement

Taux de remplacement = première pension / dernier salaire

For S^1, $t_{rep} = \frac{2718}{1500(1+0.03)^{39}} \simeq 57\%$.

For S^2, $t_{rep} = \frac{1104}{1000(1+0.02)^{39}} = 50\%$.

Taux de remplacement

Taux de remplacement = première pension / dernier salaire

For S^1, $t_{rep} = \frac{2718}{1500(1+0.03)^{39}} \simeq 57\%$.

For S^2, $t_{rep} = \frac{1104}{1000(1+0.02)^{39}} = 50\%$.

Un salarié qui a la trajectoire de salaire S^1 avec une probabilité de 75 % et la trajectoire S^2 avec la probabilité de 25 % a un taux de remplacement de

$$t_{rep} = \frac{0.75 \times 2718 + 0.25 \times 1104}{0.75 \times 1500(1+0.03)^{39} + 0.25 \times 1000(1+0.02)^{39}} \simeq 56\%.$$

Potentiel de couverture dans un modèle mixte

Nous voulons calculer la somme annuelle a que nous devons placer chaque année pour obtenir un taux de remplacement désiré t_{aim}.

Potentiel de couverture dans un modèle mixte

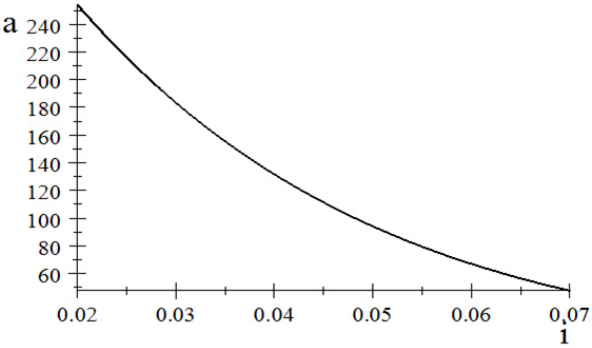
Nous voulons calculer la somme annuelle a que nous devons placer chaque année pour obtenir un taux de remplacement désiré t_{aim}.

a dépend bien sûr du taux d'intérêt du placement i.

Potentiel de couverture dans un modèle mixte

Nous voulons calculer la somme annuelle a que nous devons placer chaque année pour obtenir un taux de remplacement désiré t_{aim}.

a dépend bien sûr du taux d'intérêt du placement i.



Si $i \sim U(2\%; 7\%)$, a varie entre 46 et 252 euros avec une moyenne de 124 euros.

Indice de soutenabilité du régime par répartition

$\tau_1 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

Indice de soutenabilité du régime par répartition

$\tau_1 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

$\tau_1 =$ moyenne pondéré des salaires pour chaque groupe / moyenne pondéré des pensions de chaque groupe $= 2.7$ en moyenne.

Indice de soutenabilité du régime par répartition

$\tau_1 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

$\tau_1 =$ moyenne pondéré des salaires pour chaque groupe / moyenne pondéré des pensions de chaque groupe $= 2.7$ en moyenne.

Cela veut dire que le salarié actif doit gagner 2.7 euros pour payer 1 euro de pension par répartition pure.

Indice de soutenabilité du régime par répartition

$\tau_1 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

$\tau_1 =$ moyenne pondéré des salaires pour chaque groupe / moyenne pondéré des pensions de chaque groupe $= 2.7$ en moyenne.

Cela veut dire que le salarié actif doit gagner 2.7 euros pour payer 1 euro de pension par répartition pure.

$$\tau_1 = \frac{S_0 + \ldots + \frac{S_T}{(1+d)^T}}{\frac{k}{(1+d)^{T+1}} + \ldots + \frac{k}{(1+d)^{T+T^*}} P_{T+T^*}}.$$

Indice de soutenabilité du régime par répartition

$\tau_1 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

$\tau_1 =$ moyenne pondéré des salaires pour chaque groupe / moyenne pondéré des pensions de chaque groupe = 2.7 en moyenne.

Cela veut dire que le salarié actif doit gagner 2.7 euros pour payer 1 euro de pension par répartition pure.

$$\tau_1 = \frac{S_0 + ... + \frac{S_T}{(1+d)^T}}{\frac{k}{(1+d)^{T+1}} + ... + \frac{k}{(1+d)^{T+T^*}} P_{T+T^*}}.$$

τ_1 dépend du taux démographique d.

Indice de soutenabilité du régime par répartition

τ_1 = somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions.

τ_1 = moyenne pondéré des salaires pour chaque groupe / moyenne pondéré des pensions de chaque groupe = 2.7 en moyenne.

Cela veut dire que le salarié actif doit gagner 2.7 euros pour payer 1 euro de pension par répartition pure.

$$\tau_1 = \frac{S_0 + ... + \frac{S_T}{(1+d)^T}}{\frac{k}{(1+d)^{T+1}} + ... + \frac{k}{(1+d)^{T+T^*}} P_{T+T^*}}.$$

τ_1 dépend du taux démographique d.

En fait, si $d \sim U(0\%; 5\%)$, τ_1 varie entre 6.7 euros et 1.6 euros.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

$\tau_2 =$ Somme des salaire / retour sur investissements $= 16.5$ en moyenne.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

$\tau_2 =$ Somme des salaire / retour sur investissements $= 16.5$ en moyenne.

Cela veut dire qu'il faut 16.5 euros du salaire pour avoir 1 euro pour la pension par capitalisation.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

$\tau_2 =$ Somme des salaire / retour sur investissements $= 16.5$ en moyenne.

Cela veut dire qu'il faut 16.5 euros du salaire pour avoir 1 euro pour la pension par capitalisation.

$$\tau_2 = \frac{S_j}{a_j(i-\lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1}.$$

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

$\tau_2 =$ Somme des salaire / retour sur investissements $= 16.5$ en moyenne.

Cela veut dire qu'il faut 16.5 euros du salaire pour avoir 1 euro pour la pension par capitalisation.

$$\tau_2 = \frac{S_j}{a_j(i - \lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1}.$$

Si $i \sim U(2\%; 7\%)$, τ_2 varie entre 18 et 15 euros.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

$\tau_2 =$ somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

$\tau_2 =$ Somme des salaire / retour sur investissements $= 16.5$ en moyenne.

Cela veut dire qu'il faut 16.5 euros du salaire pour avoir 1 euro pour la pension par capitalisation.

$$\tau_2 = \frac{S_j}{a_j(i-\lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1}.$$

Si $i \sim U(2\%; 7\%)$, τ_2 varie entre 18 et 15 euros.

τ_2 dépend de a, donc a ne permet pas seulement d'obtenir le taux de remplacement désiré, mais permet également de contrôler la variabilité de l'indice de soutenabilité du régime par capitalisation.

Indice de soutenabilité du régime par capitalisation

τ_2 = somme de tous les salaires des actifs divisé par la somme de toutes les pensions venant de l'épargne cumulée.

τ_2 = Somme des salaire / retour sur investissements = 16.5 en moyenne.

Cela veut dire qu'il faut 16.5 euros du salaire pour avoir 1 euro pour la pension par capitalisation.

$$\tau_2 = \frac{S_j}{a_j(i-\lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1}.$$

Si $i \sim U(2\%; 7\%)$, τ_2 varie entre 18 et 15 euros.

τ_2 dépend de a, donc a ne permet pas seulement d'obtenir le taux de remplacement désiré, mais permet également de contrôler la variabilité de l'indice de soutenabilité du régime par capitalisation.

On cherche un compromis entre un taux de remplacement élevé et un indice de soutenabilité par capitalisation faible.

Risque systémique

	Market risk	Demographic risk
Repartition	Negligeable	Extreme
Capitalization	Extreme	Negligeable

Coefficient de soutenabilité global

$$\tau = x\tau_1 + (1 - x)\tau_2$$

est le nombre d'euros nécessaires pour générer un 1 euro de retraite.

Ici x euros proviennent de la répartition et $1 - x$ euros de la capitalisation.

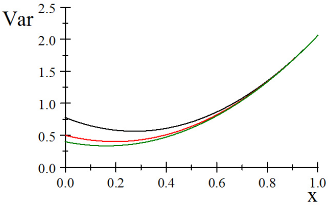
Coefficient de soutenabilité global

$$\tau = x\tau_1 + (1-x)\tau_2$$

est le nombre d'euros nécessaires pour générer un 1 euro de retraite.

Ici x euros proviennent de la répartition et $1-x$ euros de la capitalisation.

On veut limiter le risque du système hybride sans réduire les pensions et minimiser en même temps l'effort de capitalisation.



Gain de soutenabilité et montant d'épargne optimal (1)

$$G(x) = \frac{var(\tau_1) - var[\tau(x)]}{var(\tau_1)}$$

mesure le gain de soutenabilité du système mixte par rapport au système de répartition pure.

Gain de soutenabilité et montant d'épargne optimal (1)

$$G(x) = \frac{var(\tau_1) - var[\tau(x)]}{var(\tau_1)}$$

mesure le gain de soutenabilité du système mixte par rapport au système de répartition pure.

Nous supposons que la fonction d'utilité $U = U(a)$ d'un salarié actif est décroissant en a.

Gain de soutenabilité et montant d'épargne optimal (1)

Théorème : La valeur $x = x^*$ pour laquelle la fonction d'utilité U est maximale sous la contrainte de soutenabilité

$$G(x) \geq G^*$$

est égale à $x^* = 1 - G^*$.

Gain de soutenabilité et montant d'épargne optimal (1)

Théorème : La valeur $x = x^*$ pour laquelle la fonction d'utilité U est maximale sous la contrainte de soutenabilité

$$G(x) \geq G^*$$

est égale à $x^* = 1 - G^*$.

De plus, le salarié individuel a besoin d'une somme d'épargne constante annuelle de

$$a^* = \sqrt{\frac{G^* K}{var(\tau_1)(1 - G^*)}},$$

où $K = Var[\frac{S_j}{a_j(i-\lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1}]$ dépend de sa trajectoire de salaire.

Exemple

Un salarié qui veut diviser par 2 la variabilité de son indice de soutenabilité du système par répartition doit épargner chaque année au moins la somme suivante :

Groupe	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9
Annuité	4466	713	1448	5231	220	6364	2809	743	3140