CARACTERISATION DE METHODES DE RANGEMENT BASEES SUR DES RELATIONS BINAIRES VALUEES.

SYNTHESE

Soit $A = \{a, b, c, ...\}$ un ensemble fini.

Ses éléments sont appelés actions.

On veut ranger ces éléments du meilleur au moins bon en prenant en compte plusieurs critères.

UN EXEMPLE :

$A = \{$Audi(A), BMW(B), Mercedes(M), Opel(O), Renault(R), Volvo(V)$\}$

On se base sur 4 critères.

critères	poids	rangements
1	4	$V > R > O > B \sim M > A$
2	3	$A \sim B \sim M \sim R > O > V$
3	3	$V \sim O \sim B > A > R > M$
4	2	$A \sim M \sim O \sim V > B \sim R$

RELATION VALUEE R SUR A :

$$R : A \times A \to [0,1] \quad (a,b) \to R(a,b), \; a \neq b.$$

R(a,b) indique la force de la préférence de a sur b.

Cas des critères :

$R(a,b) = \sum$ des poids des critères t.q. $(a > b)$ ou $(a \sim b)$.

	A	B	M	O	R	V
Audi(A)		5	8	5	8	5
BMW(B)	10		10	6	8	6
Mercedes(M)	9	9		5	5	5
Opel(O)	9	9	9		5	8
Renault(R)	7	9	10	7		3
Volvo(V)	9	9	9	9	9	

RANGEMENT SUR A = Préordre total sur A.

(Relation binaire booléenne complète et transitive)

METHODE DE RANGEMENT :

$$\geq \; : R(A) \to PO(A) \quad R \to \geq(R)$$

où R(A) = l'ensemble des relations valuées sur A,

PO(A) = l'ensemble des préordres sur A.

Théorème d'impossibilité d'Arrow (1951).

Il n'existe pas de procédure d'agrégation vérifiant :

- Rationalité.
- Unanimité.
- Indépendance.
- Non dictatorialité.

→ Abandon de la condition d'indépendance.

LE RANGEMENT PAR LES SCORES :

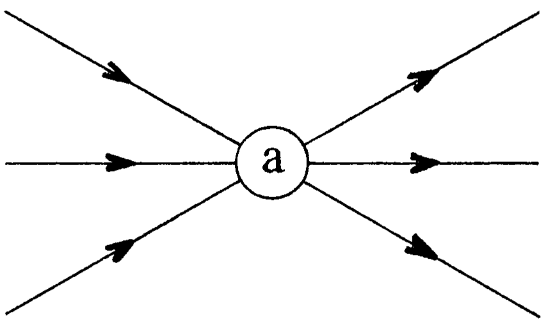
A chaque action a, on associe un score S(a,R) et on range les actions selon leur score :

$$\boxed{a \geq(R) b \quad \text{ssi} \quad S(a,R) \geq S(b,R)}$$

Forme générale : $S(a,R) = F(R(a,c) ; \neg R(c,a))$

EXEMPLES

$$S_L(a,R) = \sum_{c \in A \setminus \{a\}} R(a,c) \qquad S_E(a,R) = - \sum_{c \in A \setminus \{a\}} R(c,a)$$



$$S_{NF}(a,R) = \sum_{c \in A \setminus \{a\}} [R(a,c) - R(c,a)]$$

$$S_{CP}(a,R) = \sum_{c \in A \setminus \{a\}} \operatorname{sign}[R(a,c) - R(c,a)]$$

$$S_{\Pi^+}(a,R) = \prod_{c \in A \setminus \{a\}} R(a,c) \qquad S_{\Pi^-}(a,R) = -\prod_{c \in A \setminus \{a\}} R(c,a)$$

$$S_{RP}(a,R) = \prod_{c \in A \setminus \{a\}} [R(a,c) / R(c,a)]$$

$$S_{\min,+}(a,R) = \min_{c \in A \setminus \{a\}} R(a,c) \qquad S_{\max,-}(a,R) = -\max_{c \in A \setminus \{a\}} R(c,a)$$

etc.

$$S_I(a,R) = 0$$

Rangements : (cf. exemple)

S_L : $V > O \sim B > R > M > A$

S_E : $V > O > R > B > A > M$

S_{NF} : $V > O > R > B > A \sim M$

S_{CP} : $V > O \sim R > B > A \sim M$

S_{Π^+} : $V > O > B > R > M > A$

S_{Π^-} : $V > O > R > B > A > M$

S_{RP} : $V > O > R > B > A > M$

$S_{\min,+}$: $V > B > O \sim A \sim M > R$

$S_{\min,-}$: $V > O \sim R \sim B > A > M$

$S_{\max,+}$: $V > O \sim R \sim B > A \sim M$

$S_{\max,-}$: $V > O \sim R \sim B > A \sim M$

ANALYSE DE QUELQUES PROCEDURES DE RANGEMENT

	NF	CP	RP	I	L	Π^+	min,+	max,+	E	Π^-	min,-	max,-
Universalité												
Neutralité												
Monotonie												
St Monotonie		N		N	N	N	N	N	N	N	N	N
Continuité		N										
Négation			N			N	N	N		N	N	N
Symétrie					N	N	N	N	N	N	N	N
Surjectivité				N								
Homogénéite												
Ordinalité	N		N		N	N			N	N		

CARACTERISATIONS

MIN SORTANT $\geq_{\min,+}$ (BOUYSSOU 1992)

La méthode $\geq_{\min,+}$ est la seule méthode de rangement qui est

- neutre
- ordinale
- continue
- monotone sur les lignes
- égalitaire sur les lignes

FLOT NET $\geq_{NF}$ (BOUYSSOU 1991)

La méthode $\geq_{NF}$ est la seule méthode de rangement qui est

- neutre
- strictement monotone
- indépendante des translations sur les circuits