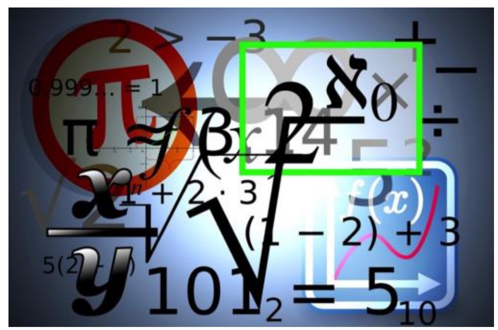
Le développement de la pensée algébrique à la transition primaire et secondaire



Joëlle Vlassis - Prof. Ass. - Université du Luxembourg

Workshop OCCITADYS sur la cognition numérique
17 & 18 octobre 2024 - Montpellier

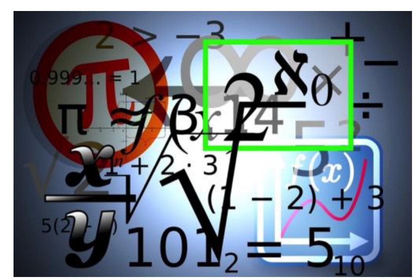
Le développement de la pensée algébrique à la transition primaire et secondaire

1. Pourquoi la pensée algébrique?

2. Qu'est-ce que la pensée algébrique?

3. Comment la développer? Pistes didactiques

4. Conclusions (prévention)



1. Pourquoi la pensée algébrique?

Bref détour historique

- ✓ **Dans les années 70 - 80** : **Rupture** entre l'arithmétique et l'algèbre L'arithmétique concernait le primaire et l'algèbre le secondaire
  - ⇨ Recherches principalement focalisées sur les erreurs des élèves en **algèbre** et **l'analyse des difficultés**.

- ✓ **Depuis le début des années 2000 : Continuité** entre l'arithmétique et l'algèbre : Développer une pensée algébrique ...

  Chercher comment la pensée des élèves peut progressivement acquérir les caractéristiques d'une pensée algébrique, dès l'école primaire, dans des activités en nombres et opérations.

Exemples d'erreurs en algèbre au début du secondaire

Dans une épreuve de fin de 1ère secondaire (5e année collège)
Environ 1000 élèves testés *(Vlassis et Demonty, 1998)*

Expressions à simplifier (réduction de termes semblables)

7r + 2r + 3t = *(12rt)*	**14%**	RC : 9r + 3t
4p + 7 + 5p = *(16p)*	**26%**	RC : 9p + 7
3 + 2b = *(5b)*	**36%**	RC : 3 + 2b

% = % erreurs d'additions de termes non semblables

Distributivité

7 (x + 3)	☐ 21x	32 %
	☐ 7x + 3	40 %
	☒ 7x + 21	27 %
	☐ 7x + 10	1 %

Au total :

Réussite : 27%
Echec : 73%

Résolution d'équations arithmétiques (x dans un seul membre)

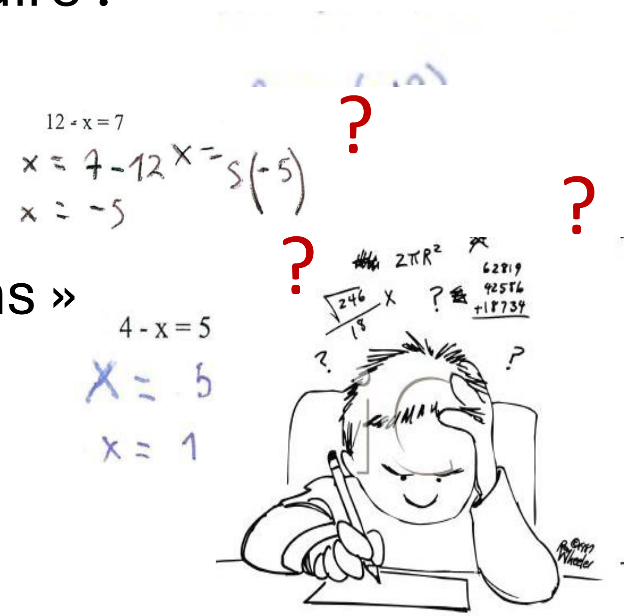
	Solutions	% réussite	% échec	% Omission
$4 - x = 5$	-1	**70**	21	9
$-x + 30 = 6$	24	**57**	31	12

Test soumis à 131 élèves en fin de 2^{e} année du secondaire (4^{e} année collège) *(Vlassis, 2002, 2004, 2008, 2010)*

D’où viennent ces difficultés ?

Les recherches s’accordent sur le fait que ces difficultés prennent en réalité racine au primaire :

- la conception de la lettre
- la conception de l’égalité
- la conception du signe « moins »



La conception de la lettre

Au primaire, la lettre est considérée comme un « objet »

- La lettre est déjà utilisée au primaire : l = litre ; m = mètre, etc.

  La lettre n'a pas un statut de nombre; elle correspond simplement à **l'abréviation d'un mot.**

- Même dans les formules d'aire, comme L x l, les lettres sont considérées par les élèves comme des abréviations (Longueur x largeur)

  ⇨ la lettre = une abréviation, un « **objet** » (Küchemann,1978).

  ⇨ Or, en algèbre, la lettre = un ou plusieurs nombres

- Cette conception persiste souvent chez les élèves en algèbre

  > Exemple : 2p + 3p = 5p car 2 pommes + 3 pommes = 5 pommes

  > Mais dans ... 2p + 3p + 6 = ?

  2a (4b + 5c) = ?

La conception de la lettre

En algèbre, la lettre doit être considérée comme représentant **un ou plusieurs nombre(s)**

➥ **soit, comme une « inconnue spécifique »** (Küchemann, 1978).

- Les élèves doivent considérer la lettre comme remplaçant **un nombre inconnu** (= inconnue)
- Mais en plus, ils doivent être capables d'effectuer **des opérations sur la lettre** c'est-à-dire sur un nombre qu'on ne connaît pas (= inconnue).

Cette évolution est indispensable pour résoudre des équations où l'inconnue apparaît dans les deux membres:

> demande aux élèves **d'effectuer des opérations sur l'inconnue sans connaître d'emblée sa valeur** .

Exemple : $3x + 4 = 7 + 2x$

$$3x \mathbf{- 2x} + 4 - 7 = 7 + 2x \mathbf{- 2x}$$

La conception de la lettre

En algèbre, la lettre doit être considérée comme représentant **un ou plusieurs nombre(s)**

➡ **soit, comme un « nombre généralisé » ou comme « variable »** (Küchemann,1978).

La lettre-nombre généralisé ou variable, signifie que **la lettre peut prendre plusieurs valeurs**.

Exemple :

- Pouvoir répondre à *« Que vaut « c » si c + d = 10 et que « c » est plus petit que « d » ? »* (→ *différentes valeurs possibles : 0, 1, 2 ,3 ,4* dans N)
- Réduire correctement 7r + 2r + 3t = 9r + 3t, en comprenant que les lettres « r » et « t » représentent des nombres différents et, que quel que soit le nombre « r » (multiplié par 9), je ne peux l'additionner avec un autre nombre « t » (multiplié par 3).

La conception de la lettre

Au début du secondaire, de nombreux élèves ne considèrent pas la lettre comme représentant un nombre (inconnue ou variable)

- 20 % des élèves de **fin de 2e secondaire (4e année – collège)** sont encore au niveau d'interprétation de la lettre-objet (Demonty, 1998).

- Représentation renforcée dans l'enseignement de l'algèbre où pour éviter que les élèves n'additionnent des termes non semblables, on leur enseigne la fameuse « astuce »:

« *on n'additionne pas des pommes et des poires* ».

➡ ne permet pas aux élèves d'évoluer vers une signification mathématique de la lettre.

La conception de l'égalité

$8 + 4 = ? + 5$

Réponse	Justification	
12	parce que 8 + 4 = 12	
17	parce que 8 + 4 + 5 = 17	
7	parce que 8 + 4, ça fait 12 ⇨ ? + 5 doit être égal à 12 aussi ⇨ ? = 7, car 7 + 5 = 12	**Réponse correcte basée sur la recherche d'une somme égale**
7	parce qu'à gauche de l'égalité, on a ajouté 8 à 4 ⇨ pour avoir le même résultat à droite, comme on a déjà 5, il faudra ajouter 1 de moins que 8 ⇨ la réponse est 7	**Réponse correcte basée sur l'analyse des relations entre les nombres**

(Carpenter, Franke & Levy, 2003)

La conception de l'égalité

Deux conceptions du signe d'égalité

1. Une conception calculatoire

- Le signe d'égalité est interprété comme **un opérateur càd le signe d'une action à accomplir, et donc comme l'annonce d'un résultat.** Cette conception est répandue au **primaire,** où les élèves sont souvent amenés à résoudre des opérations de type $a \pm b = c$.

  → $\boxed{\mathbf{8 + 4 = ? + 5 \ \ \rightarrow \text{Réponse : } 12 \text{ ou } 17}}$

  → Des écritures de calcul erronées témoignent également de cette conception : ***15 × 7 = 10 × 7 = 70 + 5 × 7 = 105***

- **Cette conception persiste chez certains élèves en algèbre** :
  Les erreurs de réductions de termes non semblables viennent également de cette conception ⇨ volonté de voir figurer une 'vraie' réponse derrière le signe d'égalité. Par exemple :

  → **4p + 7 + 5p = *16p*** (RC : 9p + 7)

La conception de l'égalité

Deux conceptions du signe d'égalité

2. Une conception relationnelle

Le signe d'égalité est considéré comme **un symbole indiquant que les valeurs situées de part et d'autre sont identiques**.

→ $\boxed{8 + 4 = ? + 5 \quad \to \text{Réponse} : 7}$

Cette conception est nécessaire **en algèbre** ...

→ par exemple, pour résoudre, de manière significative une équation comme

$$3x + 5 = 2x - 2$$

où le 2e membre de l'égalité ne peut être considéré comme la réponse du premier.

La conception du signe « moins »

En algèbre : *Etudiants de fin de 2e année du secondaire (4e année collège) (Vlassis, 2004)*

$20 + 8 - 7n - 5n \rightarrow \mathbf{20 + 8 - (7n - 5n)} = 28 - 2n$

RC : 28 – 12n **(70% réussite)**

En arithmétique : *Etudiants de 6e année primaire (6e collège) (Vlassis & Demonty, 2022)*

3648 – 219 est égal à :

3648 – 220 – 1 ☐ ?

3648 – 220 + 1 ☐ ?

Explique

25% de réussite

- Pour 66% des élèves :

  3648 – 219 = 3648 – (220 – 1) car **219 = 220 – 1** et non 220 + 1 (> raisonnement basé sur le nombre)

- Pur les 25% de réponse correcte:

  3648 – 219 = **3648 – 220 + 1** car, **on a retiré un de trop, il faut donc l'ajouter par la suite**
  (> raisonnement basé sur le sens de l'opération)

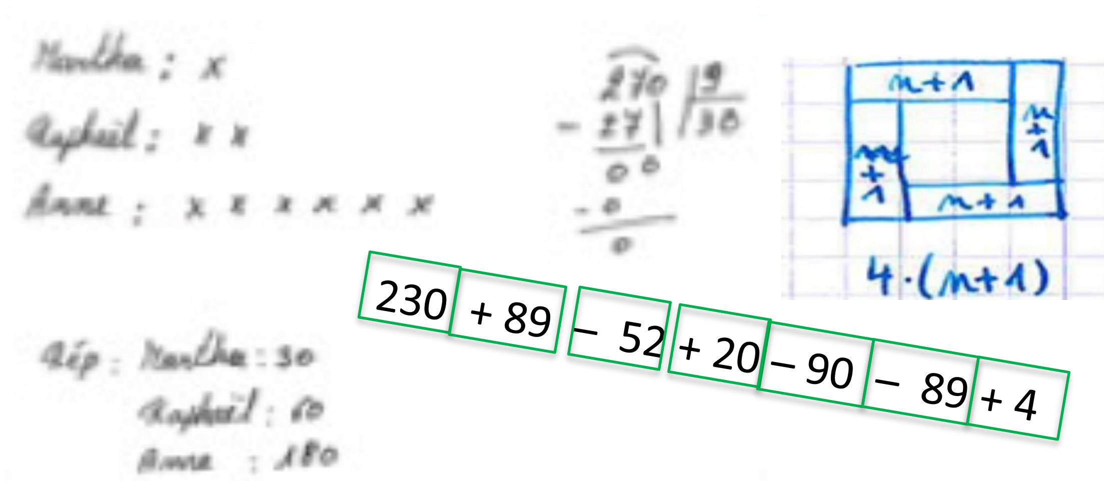
« Détachement du signe moins » du terme qui le suit (Vlassis & Demonty, 2022)

> Pourquoi?

Au primaire, les nombres = des quantités concrètes, sans signe, sur lesquels des opérations sont effectuées en vue de trouver une réponse.

Les opérations sont le plus souvent composées de 2 termes (ex : 210 − 50 =)

2. Qu’est-ce que la pensée algébrique ?



La pensée algébrique = algèbre?

Souvent, l'algèbre est considérée comme synonyme de calculs avec des lettres

⇨ **La pensée algébrique concerne-t-elle uniquement le calcul littéral?**

Pourquoi calculer avec des lettres en algèbre?

Objectif de l'algèbre **Généraliser**	≠	**Objectif de l'arithmétique** **Calculer** ⇨ focus sur les **nombres**

Utilisation de lettres inconnues ou de lettres variables dans des expressions qu'on ne peut « calculer, mais seulement transformer selon des règles précises.

Par exemple :

- Généraliser les propriétés des opérations : $a + b = b + a$ (commutativité)
- Montrer que la somme des deux nombres consécutifs sera toujours un nombre impair : $n + (n + 1) \rightarrow 2n + 1$
- Résoudre des équations avec les règles algébriques formelles (méthodes générales de résolution).

La pensée algébrique = algèbre?

Qu'est-ce qui caractérise le raisonnement nécessaire pour opérer avec avec des lettres ?

1. Réduire une expression littérale

$$\boxed{7y - 4 - 9 + 3y}$$

$$\boxed{\boxed{7y} + \boxed{-4} + \boxed{-9} + \boxed{+3y}}$$

$7y + 3y - 4 - 9$

$10y - 13$

2. Résoudre une équation

$$\boxed{4x - 12 = 6 \boxed{- 2x}}$$

$$4x - 12 = 6 - 2x$$

$$\xrightarrow{+2x}\quad 6x - 12 = 6 \quad \xleftarrow{+2x}$$

$$\xrightarrow{+12}\quad 6x = 18 \quad \xleftarrow{+12}$$

$$\xrightarrow{/6}\quad x = 3 \quad \xleftarrow{/6}$$

1. Analyser l'expression ou l'équation

   → Identifier la structure

   → Identifier les relations entre les termes

2. Effectuer des transformations tout en respectant le sens de l'égalité

   ⇨ effectuer des opérations avec des lettres-inconnues ou des lettres-variables

Pensée algébrique

Qu’est-ce qu’une pensée algébrique ?

La généralisation est largement considérée comme la caractéristique clé d’une pensée algébrique (Blanton et al., 2019 ; Kaput, 2008 ; Kieran et al., 2016).

Cette généralisation implique de développer :

1. **une pensée relationnelle**
   - Considérer d’abord les expressions de manière globale et non comme des opérations à réaliser pas à pas. 

     ➥ Analyser la structure de l’expression
   - Identifier les **relations** entre les termes et les utiliser pour effectuer les transformations en appliquant les propriétés des opérations (Molina & Castro, 2021)
2. **un raisonnement analytique** (Radford, 2006)
   - Capacité d’opérer sur des **quantités indéterminées** comme si elles étaient connues.

Ces deux modes de raisonnement peuvent se développer sans utiliser le symbolisme algébrique formel (calcul avec des lettres) ⇨ possible au primaire

Pensée algébrique

Qu’est-ce qu’une pensée algébrique ?

Une pensée algébrique est avant tout une pensée, une façon de raisonner, une manière de voir les opérations, caractérisée par :

- **une pensée relationnelle**
- **et/ou un raisonnement analytique** (opérer avec un nombre inconnu)

Une pensée algébrique peut se développer dès le primaire, en arithmétique, **sans avoir recours au symbolisme algébrique.**

⇨ voir ‘autrement’ les opérations arithmétiques

Pensée algébrique

1. La pensée relationnelle

> En arithmétique : Calcul mental *(Vlassis & Demonty, 1998)* (fin 1ere sec./5e col.)

	% réussite	**% échec**	**% Omission**
$230 + 89 - 52 + 20 - 90 - 89 + 4$	59	38	3

$\boxed{230}\,\boxed{\cancel{+89}}\,\boxed{-52}\,\boxed{+20}\,\boxed{-90}\,\boxed{\cancel{-89}}\,\boxed{+4}$

$230 + 89 - 52 + 20 - 90 - 89 + 4$
$= 230 - 52 + 20 + 4$
$= 230 + 20 + 4 - 52$
$= 254 - 52$
$= 202$

1) Considérer **l'expression de manière globale** et non étape par étape

→ identifier la **structure** et non foncer tête baissée dans le calcul en effectuant les opérations pas à pas.

→ **les signes + et –** sont **attachés aux nombres qui les suivent**

2) Analyser **les relations** entre les nombres et les opérations : identifier les nombres opposés et utiliser les propriétés des opérations (commutativité et associativité)

Pensée algébrique

1. La pensée relationnelle

> Exemple en arithmétique

$\boxed{230}\boxed{+89}\boxed{-52}\boxed{+20}\boxed{-90}\boxed{-89}\boxed{+4}$

Intérêt de développer la pensée relationnelle en arithmétique :

⇨ permet de restructurer les opérations pour une plus grande « efficacité opératoire » (programme cycle 3)

⇨ donner du sens aux opérations et à l'égalité

⇨ favoriser la transition vers l'algèbre

> Exemple en algèbre (rappel) :

$7y - 4 - 9 + 3y$ ⇨ $\boxed{\boxed{7y} + \boxed{-4} + \boxed{-9} + \boxed{+3y}}$

Développer une pensée relationnelle dès le primaire permet les élèves de **"construire les règles algébriques à partir de la structure de l'arithmétique"** (Kaput, 2008, p. 12).

Pensée algébrique

2. Le raisonnement analytique (Radford, 2006)

Le raisonnement analytique implique de **traiter des quantités indéterminées (= inconnues) comme si elles étaient connues**

⇨ peut prendre appui sur des réflexions ancrées en arithmétique et, en ce sens, il est aussi à la portée des élèves du primaire qui n'ont pas encore appris le langage algébrique formel.

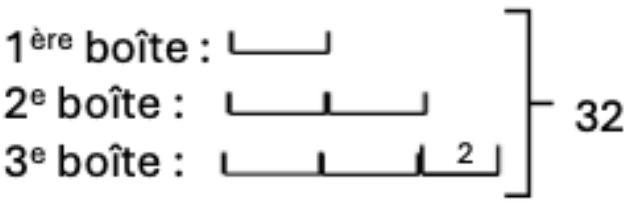
Pensée algébrique

2. Le raisonnement analytique (suite)

> **Exemple** (Demonty & Vlassis, 2018)

Trois boîtes contiennent des bonbons. La **2^e boîte contient le double de bonbons de la 1re boîte** et la **3^e boîte contient 2 bonbons de plus que la 2^e boîte**.
En tout il y a 24 bonbons. Combien de bonbons contient chaque boîte ?

Procédure arithmétique



32 – 2 = 30

30 : 5 = 6

1ère boîte : 6 bonbons
2^e boîte : 12 bonbons
3^e boîte : 14 bonbons

Procédure algébrique

1ère boîte : x
2^e boîte : 2x
3^e boîte : 2x + 2

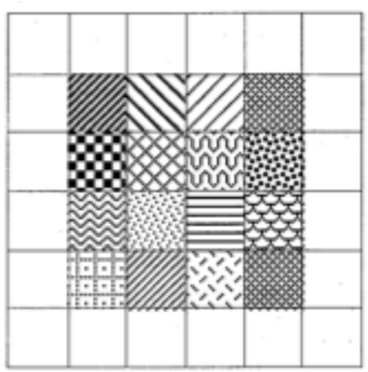
$x + 2x + 2x + 2 = 32$
$5x + 2 = 32$
$5x = 30$
$x = 6$

Dans la procédure algébrique,

- La situation est d'abord **modélisée** par une équation ⇨ on ne procède par directement aux opérations
- L'équation est résolue de manière formelle

Mais dans les deux procédures, le raisonnement relève d'une pensée algébrique car il implique de **raisonner au départ d'une indéterminée/inconnue** (la valeur de la 1ère boîte) exprimée, soit par le dessin d'une case, soit par la lettre « x ».

3. Comment développer la pensée algébrique? Quelques pistes didactiques



Pensée algébrique : Pistes didactiques

1. Le calcul mental

Plutôt que d'enseigner des techniques de calcul mental pour elles-mêmes, il s'agit d'inviter les élèves à réfléchir au sens des opérations et aux relations entre les nombres.

Pensée algébrique : Pistes didactiques

- **Multiplication :** $9 \times 29 =$

→ **Poser le problème aux élèves, plutôt que d'enseigner directement une technique!**

- **Différentes possibilités** : 1) $10 \times 29 - 1 \times 29 = 261$

  2) $30 \times 9 - 1 \times 9 = 261$

- **Erreur possible :** - arrondir 9 à 10 et 29 à 30 → 10 x 30

  - retirer le surplus , c'est-à-dire 2

  ⇨ $\mathbf{10 \times 30 - 2 = 298}$

Origine de l'erreur :

Appliquer une technique qui marche pour une opération (l'addition)

$$17 + 36 = 20 + 40 - (3 + 4) = 60 - 7 = 53$$

mais pas pour une autre (la multiplication)

→ Différentes façons d'exprimer les opérations

→ Différentes justifications

→ Faire réfléchir les élèves sur les erreurs

SENS DES OPÉRATIONS

Pensée algébrique : Pistes didactiques

1. Le calcul mental

- **Somme de plus de deux termes (+ et −)**

$17 + 34 + 23 - 8 + 16 =$

$17 + 23 + 34 + 16 - 8 = 40 + 50 - 8 = 82$

⇨ Faire analyser l'opération avant de la résoudre (structure et relations)

⇨ Regrouper les termes qui vont ensemble (commutativité et associativité)

- **Compensation**

$458 - 299 = 458 - 300 - 1$ Vrai ou Faux ? Pourquoi?

- **Compléter des égalités**

$8 + 4 = ? + 5$ Sans calculer?

> Développer la pensée relationnelle

→ **sens de l'égalité**

→ **sens du signe « moins » (attaché au nombre qui le suit)** dans l'analyse de la structure de l'opération.

Pensée algébrique : Pistes didactiques

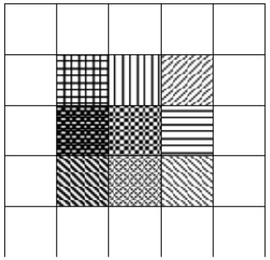
2. Les activités de généralisation

Développer
> la pensée relationnelle
> le raisonnement analytique

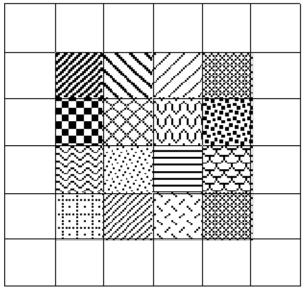
Activité expérimentée avec des élèves de $6^{è}$ année et de 3^{e} secondaire (4^{e} collège)

Antoine fait des mosaïques

Antoine veut réaliser des mosaïques carrées réalisées à partir de carrés, dont certains sont colorés et d'autres pas. Ces mosaïques sont de différentes tailles mais elles sont toutes produites sur le même modèle comme dans les exemples ci-dessous :



Mosaïque réalisée à partir de 3 carrés de couleur sur un côté



Mosaïque réalisée à partir de 4 carrés de couleur sur un côté

Antoine veut réaliser des mosaïques de différentes tailles. Pour prévoir le matériel, il cherche un moyen de calculer le nombre de carrés blancs dont il aura besoin à partir du nombre de carrés de couleurs qu'il veut mettre sur un côté de la mosaïque.

1) **Antoine voudrait réaliser une mosaïque à partir de 5 carrés de couleur sur un côté. A l'aide du matériel, construisez cette mosaïque. Combien de petits carrés blancs sont-ils nécessaires pour réaliser cette mosaïque?**

   ....

2) **Antoine voudrait réaliser une mosaïque à partir de 7 carrés de couleur sur un côté.**

   Cherchez cette fois un calcul qui lui permettra de trouver combien de carrés blancs sont nécessaires dans ce cas.

   ....

3) **Faites de même pour une mosaïque construite à partir de 32 carrés de couleur sur un côté.**

   ....

4) **Trouvez un moyen qui permette de calculer, à chaque fois, le nombre de carrés blancs nécessaires pour réaliser une mosaïque, quel que soit le nombre de carrés colorés de côté.**

   ....
   ....
   ....

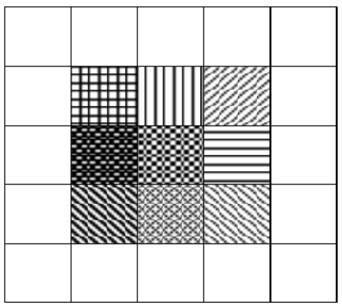
5) **Ecrivez ce moyen en langage mathématique.**

   ....

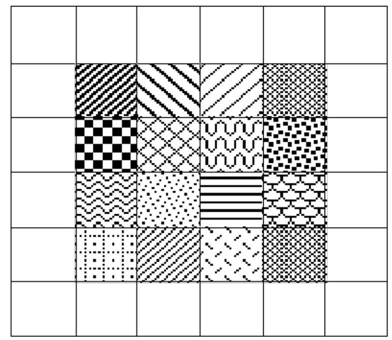
(Demonty & Vlassis, 2018)

Antoine fait des mosaïques

Antoine veut réaliser des mosaïques carrées réalisées à partir de carrés, dont certains sont colorés et d'autres pas. Ces mosaïques sont de différentes tailles mais elles sont toutes produites sur le même modèle comme dans les exemples ci-dessous :



Mosaïque réalisée à partir de 3 carrés de couleur sur un côté



Mosaïque réalisée à partir de 4 carrés de couleur sur un côté

Antoine veut réaliser des mosaïques de différentes tailles. Pour prévoir le matériel, il cherche un moyen de calculer le nombre de carrés blancs dont il aura besoin à partir du nombre de carrés de couleurs qu'il veut mettre sur un côté de la mosaïque.

1) **Antoine voudrait réaliser une mosaïque à partir de 5 carrés de couleur sur un côté. A l'aide du matériel, construisez cette mosaïque. Combien de petits carrés blancs sont-ils nécessaires pour réaliser cette mosaïque?**

Partir des actions concrètes des élèves sur le matériel

....

2) **Antoine voudrait réaliser une mosaïque à partir de 7 carrés de couleur sur un côté. Cherchez cette fois un calcul qui lui permettra de trouver combien de carrés blancs sont nécessaires dans ce cas.**

....

Focaliser l'attention des élèves sur les opérations

3) **Faites de même pour une mosaïque construite à partir de 32 carrés de couleur sur un côté.**

....

4) **Trouvez un moyen qui permette de calculer, à chaque fois, le nombre de carrés blancs nécessaires pour réaliser une mosaïque, quel que soit le nombre de carrés colorés de côté.**

....
....
....

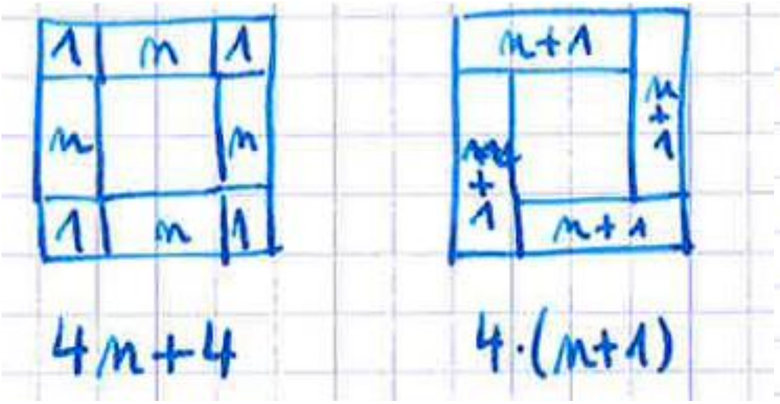
Produire un message/une expression pour généraliser

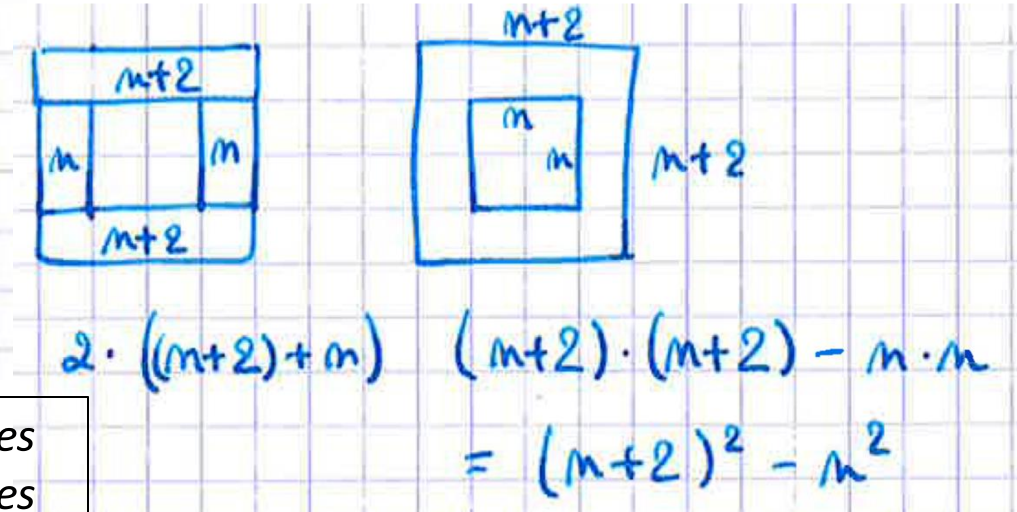
5) **Ecrivez ce moyen en langage mathématique.**

....

Intérêt de ce type d’activité à l’école primaire

Diversité des stratégies basées sur différentes visualisations





***NB** : Les formules servent à présenter ces démarches mais ne sont celles des élèves*

Cette diversité témoigne du potentiel de ces activités dans le développement de la pensée algébrique car qui dit diversité, dit analyse et comparaison des opérations , justification de sa démarche, et argumentation.

Importance des débats et des discussions

→ construction du sens des concepts : le sens de l'égalité, des opérations, et des techniques algébriques (secondaire)

Intérêt de ce type d'activité à l'école primaire

Comparaison des différents calculs produits (question 3)

33 . 4 = 132

32 + 32 + 34 + 34 = 132

(4 x 32) + 4 = 132

Demander aux élèves pourquoi, sans calculer, on peut dire que :

a) $33 \cdot 4 = (4 \times 32) + 4$

b) $32 + 32 + 34 + 34 = 33 \cdot 4$

c) $(4 \times 32) + 4 = 32 + 32 + 34 + 34$

- **travail sur le sens de l'égalité**
- **travail sur les relations entre les nombres**
- **travail sur le sens des opérations**

> développement de la pensée relationnelle

Intérêt de ce type d’activité ?

Exprimer la généralisation au primaire

4) Trouvez un moyen qui permette de calculer, à chaque fois, le nombre de mosaïques blanches nécessaires pour réaliser une mosaïque, quel que soit le nombre de carrés colorés de côté.

→ On prend le nombre de carré coloriers qui se trouve sur les côtés et on multiplie ces nombres et on fait + 4.

avec des mots

→ exemple : on a 4 carrés au milieu et au bord on doit faire 4 + 1 = 5 carré après on fait 5 · 4 = 20 carrés blanc au bord.

avec des nombres

5) Ecrivez ce moyen en langage mathématique.

exemple : 33 + 1 = 34 34 · 4 = 136

- Le terme « exemple » placé devant les deux expressions témoigne du caractère général de ces cas numériques, qui ne sont là qu’à titre d’exemples pour expliquer une façon générale de procéder.
- Les nombres ne renvoient pas à des nombres spécifiques → **nombres génériques.**

Intérêt de ce type d'activité ?

Au secondaire, la généralisation évoluera vers l'utilisation du symbolisme formel, au départ des productions des élèves :

5) Ecrivez ce moyen en langage mathématique.

$N+2+N+2+N+N=4N+4$

5) Ecrivez ce moyen en langage mathématique.

$x+2+x+x+2+x=4x+4$

> développement du raisonnement analytique

Il s'agit de produire un message en langage mathématique qui généralise la procédure au moyen d'une indéterminée (= un nombre qu'on ne connaît pas).

L'indéterminée peut être exprimée par des mots, un nombre générique, mais aussi un point d'interrogation, une croix ou tout autre symbole informel ou formel.

→ **sens de la lettre :** depuis l'expression en mots **jusqu'à la lettre qui considérée comme représentant un nombre** et non plus un objet (une abréviation)

4. Conclusions

- Développer **la pensée algébrique** dès le primaire constitue en elle-même une prévention des difficultés en algèbre **au secondaire :**

Pensée relationnelle :
Identification de la **structure** et analyse des **relations**
⇨ effectuer efficacement les opérations

Difficultés
- SENS de l'égalité
- SENS du signe 'moins'

Raisonnement analytique :
Opérer avec un nombre inconnu (indéterminée)
⇨ **exprimer cette indéterminée de manière formelle ou informelle**

- SENS de la lettre

- Cette pensée algébrique s'ancrera dans des activités arithmétiques du primaire

⇨ **Ancrage des structures algébriques dans les structures arithmétiques ⇨ SENS**

- Travailler la pensée algébrique au primaire permet également de développer **la prévention des difficultés relatives à l’arithmétique du primaire elle-même :**
  ➥ en amenant les élèves à réfléchir à la structure des opérations et à l’analyse des relations entre les nombres ⇨ compréhension approfondie des opérations arithmétiques.

- **Une réflexion de ce type dès le primaire** en termes de structures et de relations a conduit à **une meilleure compréhension et à une plus grande maîtrise de l'algèbre** chez les élèves du secondaire (Blanton et al., 2019 ; Irwin & Britt, 2005 ; Stephens, 2008).

Pour optimiser la prévention, en relation avec la pensée algébrique …

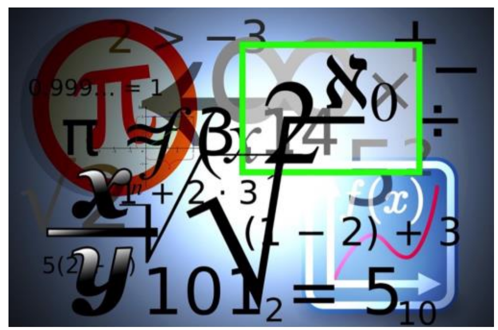
- **changement de regard des enseignants**
  - **du primaire :** prise de conscience des enjeux d’une pensée de type algébrique pour une transition facilitée vers l’algèbre, mais aussi pour une meilleur compréhension de l’arithmétique

    ➥ en envisageant « autrement » le calcul mental, en proposant des activités de généralisation, etc…
  - **du secondaire :** partir du déjà-là des élèves càd de leur expérience passée en matière d’arithmétique, et de les mener vers l’algèbre formelle à travers des activités qui font sens.
- **programme de formation continuée adéquat pour les enseignants des deux niveaux**
- **harmonisation des curricula primaire-secondaire**

Merci de votre attention!

OCCITADYS
ACCOMPAGNER, FORMER, PRENDRE SOIN

Le développement de la pensée algébrique à la transition primaire et secondaire



Joëlle Vlassis
Université du Luxembourg

Workshop OCCITADYS sur la cognition numérique
17 & 18 octobre 2024 - Montpellier

uni.lu
UNIVERSITÉ DU LUXEMBOURG