

Estimation du comportement thermo-viscoélastique effectif des pièces composites obtenues par impression 3D-FDM

Camilo Suarez^{1,3}, Rémi Cornaggia², Aurélien Maurel-Pantel¹, Noël Lahellec¹, Djaffar Boussa¹, Hervé Moulinec¹, Noelle Billon⁴

1: Aix-Marseille Université, LMA
CNRS, Central Marseille
4 impasse Nikola Tesla, 13013 Marseille
e-mail: lahellec@lma.cnrs-mrs.fr

2: INOVSYS
Technoparc des Florides – Ilot Carmin 1, 13700 Marignane

3: Université du Luxembourg, Département de mécanique, DSSE,
Campus Esch-sur-Alzette, Maison du Nombre
6, Avenue de la Fonte, L-4364 Esch-sur-Alzette

4: Mines Paris-Tech, CEMEF
MPI, Sophia Antipolis
France

Résumé

Dans le but d'estimer le comportement effectif des pièces obtenues par le procédé de fabrication FDM pour le cas des matériaux composites à fibres courtes on a visé une méthodologie permettant la mise en place d'une procédure d'homogénéisation analytique en thermo-viscoélasticité de façon analogue à celle des matériaux élastiques linéaires ; la prise en compte de la variation des paramètres qui déterminent l'état particulier des fibres dans le filament est achevée grâce à l'introduction des fonctions de distribution obtenues via l'analyse statistique de la microstructure. La procédure d'homogénéisation a été évaluée en comparant ses prédictions aux calculs basés sur la FFT en champ complet et des résultats des essais pour des échantillons traités en autoclave, pour enlever les porosités à l'échelle des couches du filament imprimé.

Framework

On est intéressés aux capacités et aux performances des pièces imprimées en 3D, fabriquées à partir d'une matrice thermoplastique renforcée par des fibres de verre courtes (~100 μm) ou intermédiaires (~1 mm). L'objectif est d'estimer les contraintes résiduelles induites par le refroidissement de ces pièces depuis l'extrusion jusqu'à la température ambiante, ce qui est une condition essentielle pour concevoir ces pièces, en particulier en ce qui concerne la trajectoire de dépôt du filament. Cette estimation est difficile en raison de la complexité du matériau (composite thermo-viscoélastique) et de celle du procédé FDM lui-même (Fig.1). Cette étude est centrée donc, sur l'influence de la complexité topologique et mécanique de la microstructure du filament d'impression.

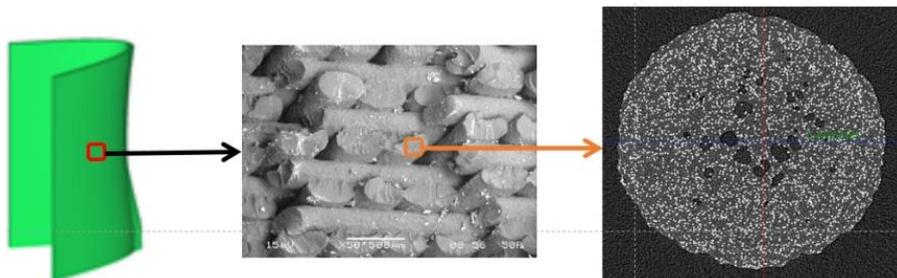


Fig. 1: Configuration à trois échelles : pièce imprimée, structure de filaments imprimés et le filament composite renforcé de fibres courtes.

Dans ce qui suit, On donne quelques détails sur chaque aspect de la méthodologie mise en œuvre.

Homogénéisation des filaments polymères renforcés

La procédure d'homogénéisation comporte deux étapes. La première étape consiste à estimer les propriétés effectives du filament renforcé ; la seconde étape, à estimer les propriétés effectives du matériau composite final traité dans l'autoclave, qui contient l'arrangement particulier des filaments, fonction de la trajectoire d'impression. Les fibres du filament sont considérées comme étant élastiques linéaires. La matrice polymère étant thermo-viscoélastique.

Modélisation thermo-viscoélastique de la matrice :

On considère que la matrice polymère est isotrope et amorphe et que son comportement viscoélastique linéaire est décrit par un modèle de Maxwell généralisé à N branches. La prise en compte des déformations d'origine thermique est représentée par un modèle rhéologique équivalent à celui du Kelvin-Voigt généralisé à N_T branches [1], afin de capturer l'information provenant des déformations différées en fonction de l'histoire de température.

La difficulté dans cette étape c'est la nécessité d'établir une forme du problème qui soit compatible avec le principe de correspondance en viscoélasticité linéaire isotherme [2]. La nature du procédé d'impression impose des variations continues de la température, agissant sur les propriétés du matériau. Ces variations dans les propriétés ont été modélisées en s'appuyant sur le principe de superposition temps-température des matériaux thermo-rhéologiquement simples ; avec l'introduction d'un coefficient liant l'échelle du temps propre à l'observateur et celle du polymère, étant une fonction de la température [3]. En vertu de ce principe et en tenant compte l'homogénéité du champ de température dans la formulation du problème de champ moyen pour le comportement thermomécanique, le problème est réduit à une forme équivalente au cas isotherme dans le domaine du temps réduit (ou temps interne) [4].

A partir des considérations précédentes et avec l'introduction de deux types de variables internes, on obtient une écriture simplifiée de la formulation thermodynamique du problème thermo-viscoélastique qui est développé dans le cadre de matériaux standard généralisés et caractérisé par l'énergie libre $\omega(\boldsymbol{\varepsilon}, (\boldsymbol{\varepsilon}_v^i)_{i=1}^N, (q^j)_{j=1}^{N_T}, T)$, et le potentiel de dissipation mécanique $\varphi((\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i)_{i=1}^N, (\dot{q}^j)_{j=1}^{N_T}, T)$, où $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_v^i$, q^j sont respectivement la déformation, la déformation visqueuse dans la branche i , et la variable interne liée aux déformations thermiques différées dans la branche j , et T , la température. Pour un tel modèle, ces potentiels peuvent être écrits de la façon suivante :

$$\omega(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_v^i, T, q^j) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_v^i) : \mathbf{L}^i : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_v^i) - \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_v^i) : \mathbf{L}^i : (\boldsymbol{\alpha}_g \theta + \sum_{j=1}^{N_T} (q^j)) + c_0 \left[\theta - T \ln \frac{T}{T_0} \right] - \eta_0 T + e_0 \quad (\text{Eq. 1})$$

et,

$$\varphi(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i, T, q^j) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i : \mathbf{L}_v^i(T) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i + \sum_{i=1}^N \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i : \mathbf{L}_v^i(T) : \sum_{j=1}^{N_T} (\dot{q}^j) \quad (\text{Eq. 2})$$

Où \mathbf{L}^i et \mathbf{L}_v^i sont les tenseurs d'élasticité et de viscosité de la branche i , respectivement, $\boldsymbol{\alpha}_g$ est le tenseur de dilatation thermique instantanée, c_0 est la capacité thermique à contrainte constante, η_0 et e_0 sont l'entropie initiale et l'énergie interne initiale, respectivement. Le nombre de branches et les tenseurs \mathbf{L}^i et \mathbf{L}_v^i ont été trouvés en utilisant des essais DMA et des expériences de fluage à différentes températures. Le nombre de branches et les tenseurs de dilatations du modèle rhéologiques des déformations thermiques est obtenu via des essais de recouvrance isotherme pour des chargements thermiques de type échelon.

Changement d'échelle :

Les calculs EF ont été utilisés pour résoudre les équations d'équilibre mécanique et thermique couplées pour les contraintes, la déformation et la température macroscopiques. À chaque point d'intégration, ces quantités sont la moyenne sur un volume élémentaire représentatif (VER) de leurs homologues microscopiques, solution des équations d'équilibre mécanique et thermique locales données par :

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = 0, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \omega}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_v^i, \bar{T}, q^j), \quad \frac{\partial \omega}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_v^i}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_v^i, \bar{T}, q^j) + \frac{\partial \omega}{\partial q^j}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_v^i, \bar{T}, q^j) + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i}(\mathbf{x}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i, \bar{T}, \dot{q}^j) + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{q}^j}(\mathbf{x}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^i, \bar{T}, \dot{q}^j) = \mathbf{0} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\text{div}\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = 0, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{k}(\mathbf{x}) \cdot \nabla T(\mathbf{x}, t) \quad (\text{Eq. 4})$$

Où \mathbf{q} et \mathbf{k} sont respectivement le flux de chaleur et le tenseur de conductivité thermique. Il convient de noter que les équations mécaniques et thermiques microscopiques (Eq. 3-4) sont découplées pour les raisons suivantes : i) Seule la moyenne macroscopique, \bar{T} , est prise en compte dans la formulation mécanique (Eq. 3). ii) L'énergie dissipée est prise en compte à l'échelle macroscopique, ce qui simplifie l'équation thermique comme indiqué dans (Eq. 4). Le couplage thermomécanique est alors réalisé à l'échelle macroscopique. Les (Eq. 3-4) sont complétées par des conditions aux limites appropriées en notant $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ et \bar{T} , les moyennes respectives des champs locaux $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})$, solution de (Eq. 3), et $T(\mathbf{x})$, solution de (Eq. 4).

Modèles de champ moyen pour tenir compte la présence des fibres :

On a utilisé des méthodes analytiques (Mori-Tanaka, IDD, PCW, Lielens, etc.) pour estimer la moyenne des champs thermomécaniques qui résolvent les équations locales (Eq. 3-4). Les méthodes de champ moyen utilisées tiennent compte de la complexité du matériau composite (non-alignement des fibres, thermo-viscoélasticité de la matrice, etc.).

Les méthodes de champ moyen visent à déterminer des approximations des champs moyens dans chaque phase en utilisant des hypothèses simplificatrices (généralement valables pour les à des densités d'inclusion moyennes) et les résultats d'analyse provenant des méthodes équivalentes à celui de l'inclusion d'Eshelby. On a utilisé plusieurs modèles pour estimer le tenseur d'élasticité effectif du filament, \mathbf{L}_{eff} , y compris le modèle IDD (Interaction Direct Derivative) [7], qui est caractérisé par l'équation suivante :

$$\mathbf{L}_{\text{eff}} = \mathbf{L}_M + \left(\mathbf{I} - c_F \int_S f(\mathbf{n}) \Delta \mathbf{L}_{F,M}(\mathbf{n}) : \mathbf{A}_{F,M}(\mathbf{n}) : \mathbf{P}_F^D(\mathbf{n}) dS \right)^{-1} : \left(c_F \int_S f(\mathbf{n}) \Delta \mathbf{L}_{F,M}(\mathbf{n}) : \mathbf{A}_{F,M}(\mathbf{n}) dS \right) \quad (\text{Eq. 5})$$

où S est la sphère unitaire, c_F est la fraction volumique des fibres, \mathbf{n} est le vecteur unitaire décrivant l'orientation des fibres, f est la fonction de densité de probabilité pour la distribution des orientations, $\mathbf{A}_{F,M}$ le tenseur de localisation, fonction de la géométrie des fibres, le contraste du matériau, défini comme $\Delta \mathbf{L}_{F,M} = \mathbf{L}_F(\mathbf{n}) - \mathbf{L}_M$ et $\mathbf{P}_F^D(\mathbf{n})$ est le tenseur de Hill qui tient en compte la distribution spatiale des fibres.

Dans le cas des constituants viscoélastiques linéaires, on utilise classiquement la transformée de Laplace-Carson qui permet de définir un composite élastique symbolique linéaire dans le domaine de Laplace (principe de correspondance [2]). Cette méthode ne peut pas être utilisée directement en raison de la dépendance en température des modules visqueux de la matrice. Pour surmonter cette difficulté, nous avons utilisé une formulation incrémentale [5] pour la forme équivalente du problème en utilisant comme argument le « temps réduit », une extension du principe de superposition pour les matériaux rhéologiquement simples dans le cas des variations continues de la température.

Validation

Le modèle de champ moyen proposé a été évalué en comparant ses prédictions en termes de modules effectifs à celles des simulations en champ complète basées sur les approximations FFT sur des éléments de volume représentatifs (RVE). L'analyse structurelle macroscopique proposée a été évaluée en comparant ses prédictions en termes de déformation avec la déformation qui se développe dans les plaques asymétriques imprimées en 3D (plaques avec deux orientations de dépôt : 0° et 90°) et soumises à un traitement thermiques supplémentaire à l'autoclave ce qui permet de limiter le degré d'hétérogénéité dû à la présence des porosités qui apparaissent lors du procédé d'impression.

Références

- [1] W. Knauss and I. Emri, “Non-linear viscoelasticity based on free volume consideration, ”. *Computers Structures*, vol. 13, no. 1, pp. 123 – 128, 1981.
 - [2] J. Mandel, *Cours de Mécanique des milieux continus*, Gauthier–Villars, Paris, 1966
 - [3] M. J. Crochet, “On ‘thermo-rheologically simple solids, ” in *Thermoinelasticity Symposium East Kilbride*, June 25-28, 1968, pp. 59–86, Springer Vienna, 1970.
 - [4] R. Christensen, *Theory of Viscoelasticity*. Academic Press, 1982.
 - [5] J.-M. Ricaud et R. Masson, “Effective properties of linear viscoelastic heterogeneous media: Internal variables formulation and extension to ageing behaviors,” *Int. J. of Solids and Struct.*, 46 (7-8) , pp. 1599-1606, 2009.
 - [6] G. Chatzigeorgiou, N. Charalambakis, Y. Chemisky et F. Meraghni, “Periodic homogenization for fully coupled thermomechanical modeling of dissipative generalized standard materials,” *Int. J. of Plast.*, 2016, volume 81, pp. 18-39.
 - [7] V. Müller et T. Böhlke, “Prediction of effective elastic properties of fiber reinforced composites using fiber orientation tensors,” *Compos. Sci. Technol.*, 130 , 36-45, 2016.
 - [8] N. Lahellec, et P. Suquet, “Effective behavior of linear viscoelastic composites: A time-integration approach,” *Int. J. Solids Struct.*, 44, 507-529, 2007.
-