

# A LA RECHERCHE D'UNE "HIÉRARCHIE" DES SOUS-DISCIPLINES EN MATHÉMATIQUES

JEAN-MARC SCHLENKER

## TABLE DES MATIÈRES

|  |    |
|--|----|
| 1. Le prestige des sous-disciplines et son impact sur la recherche               | 1  |
| 1.1. Les conséquences des "statuts" des disciplines                              | 2  |
| 1.2. Des questions, des observations, quelques résultats                         | 2  |
| 1.3. Pourquoi les mathématiques ?  | 4  |
| 2. Description des données   | 5  |
| 2.1. Une liste réduite d'articles sélectionnés                                   | 5  |
| 2.2. Une liste d'auteurs et de doctorats   | 6  |
| 2.3. Une liste de champs disciplinaires  | 6  |
| 2.4. Comment évaluer la place des journaux ?                                     | 7  |
| 3. Une première approche : médailles Fields et journaux dominants                | 7  |
| 3.1. Médailleurs Fields  | 8  |
| 3.2. Les journaux dominants  | 9  |
| 4. Départements  | 9  |
| 4.1. La spécialisations mesurée par les publications                             | 10 |
| 4.2. La spécialisation considérée par la démographie des mathématiciens publiant | 11 |
| 4.3. Du point de vue des recrutements  | 13 |
| 4.4. La mobilité individuelle entre domaines                                     | 13 |
| 5. La spécialisation disciplinaire des journaux                                  | 14 |
| 6. Quelques tentatives d'analyse   | 15 |
| 6.1. Comment expliquer le "statut" des champs disciplinaires ?                   | 16 |
| 6.2. Des explications "internes" à la discipline                                 | 17 |
| 6.3. Le <i>focus</i> d'un champ  | 17 |
| Remerciements  | 18 |
| Annexe A. Journaux considérés  | 18 |
| Références   | 19 |

## 1. LE PRESTIGE DES SOUS-DISCIPLINES ET SON IMPACT SUR LA RECHERCHE

La hiérarchie des sciences a été l'objet d'intense débats, mais moins d'attention a été apportée au statut des sous-disciplines des différentes disciplines scientifiques, qui joue pourtant un rôle important dans l'allocation des talents et des financements aux différentes directions de recherche.

Notre objectif est d'utiliser des données bibliométriques pour montrer que différentes sous-disciplines des mathématiques ont des "statuts" différents à l'intérieur de la communauté mathématique. Les départements de mathématiques d'universités prestigieuses tendent à se spécialiser dans certaines sous-disciplines plus que dans d'autres, et ces mêmes sous-disciplines sont plus souvent représentées dans les

---

*Date:* v1, 2 novembre 2021.

journaux mathématiques les plus sélectifs ou dans les principaux prix scientifiques. De plus, le statut des sous-disciplines évolue de manière marquée au cours de la période observée ici (1984–2016).

On va proposer plusieurs explications pour ces différences de traitement. Certaines explications possibles – comme la facilité d’accès aux financements ou l’importance des applications – ne semblent pas s’appliquer, ce qui suggère l’existence de facteurs internes à la discipline. Nous proposons une analyse en termes de “focus” d’une sous-disciplines.

**1.1. Les conséquences des “statuts” des disciplines.** Certaines disciplines scientifiques bénéficient d’un prestige et d’une reconnaissance plus important que d’autres. Ce “statut” des disciplines et des sous-disciplines varie entre les pays et au cours du temps, et il influe de manière importante sur le développement scientifique, par exemple :

- à travers l’orientation des étudiants et des jeunes chercheurs, qui se dirigent vers certaines directions de recherche plus que vers d’autres,
- par son impact sur les politiques institutionnelles, et sur les choix des départements, des universités et des institutions de recherche d’investir plus fortement dans certaines directions.

Le prestige d’une sous-discipline doit être distingué de sa visibilité médiatique, ou même de son dynamisme, qui peut être influencé par différents facteurs externes. Certains champs disciplinaires connaissent à certaines périodes un développement rapide car ils promettent d’avoir un impact important à court ou moyen terme – on peut penser par exemple à la biologie mathématique dans les années 1990, ou à l’apprentissage profond (deep learning) aujourd’hui. Ces disciplines en développement rapide attirent les chercheurs et les financements. D’autres champs disciplinaires attirent des étudiants parce qu’ils apparaissent comme des voies privilégiées pour accéder à des carrières attractives. Les données présentées ici indiquent que pour ce qui est des mathématiques, il existe une distinction claire entre les champs à “prestige” élevé et ceux qui offrent les meilleures perspectives de carrière – voire même une corrélation *négative* entre ces deux notions, cf la partie 6.1.

La comparaison entre des disciplines différentes par des moyens quantitatifs ou bibliométriques est généralement difficile, du fait de différences structurelles dans les modalités de publication, les structures des départements, etc. Il est plus facile de comparer des sous-disciplines, à l’intérieur d’une discipline offrant une homogénéité minimale. Nous nous concentrons ici sur les mathématiques, et sur la comparaison et la dynamique de ses différentes sous-disciplines.

La notion de “hiérarchie des sciences” remonte au moins à Auguste Comte, see e.g. [5, 4]. L’indicateur principal de “statut” élevé d’une discipline est son *niveau de consensus*, lui-même lié au niveau de *complexité* de l’objet d’étude. On pourra trouver dans [7] une étude des relations entre le “statut” d’une discipline, ou son niveau de consensus, et différentes caractéristiques bibliométriques : nombre moyen d’auteur, nombre de pages, ou nombre de références citées dans les articles. Il apparaît par exemple que pour ce qui est des disciplines, des articles plus courts ou des références moins anciennes sont corrélées à un plus haut niveau de consensus, et à un “statut” plus élevé, alors que le contraire semble être vrai pour les sous-disciplines des mathématiques (voir [11, § 6]).

**1.2. Des questions, des observations, quelques résultats.** La discussion avec des mathématiciens montre rapidement qu’ils ont des préférences fortes, et d’ailleurs très variables, pour certains champs des mathématiques. Ils expriment aussi souvent l’idée que certains champs sont plus “difficiles”, plus “centraux” voire plus important que d’autres. On peut donc se demander si on peut distinguer des convergences entre la manière dont différents mathématiciens évaluent la “difficulté”, la “centralité” ou l’importance de chaque champs disciplinaire, et si oui comment on peut les expliquer. On pourrait par exemple penser que l’importance attribuée à tel ou tel sous-discipline est directement reliée à son rôle dans les applications des mathématiques aux sciences et aux technologies – mais on va voir que ça ne semble pas être le cas.

Nous sommes ainsi conduits à plusieurs questions.

- Est-il possible d’observer une forme de “hiérarchie” des champs mathématiques, et si oui, comment ?

- Est-ce que différents critères conduisent à des hiérarchies différentes ?
- Ces hiérarchies sont-elles stables dans le temps, et dans le cas contraire comment évoluent-elles ?
- Comment peut-on les expliquer ?

Pour associer un "statut" aux différents champs des mathématiques, on peut d'abord s'appuyer sur institutions centrales de la communauté mathématique, elles-même fortement hiérarchisées : les journaux mathématiques, d'une part, et les départements de mathématiques (ou les universités auxquels ils appartiennent), d'autre part.

On peut faire l'hypothèse que si certains champs sont plus "estimés" que d'autres, ils seront plus largement présents dans les départements les plus renommés et les journaux les plus sélectifs. Nous verrons que de telles disparités sont confirmées par des observations bibliométriques, et elles serviront de base à l'analyse qui sera conduite.

Nous arriverons ainsi à un certain nombre de conclusions.

- (1) On peut observer une disparité entre les champs des mathématiques, certains étant plus largement représentés dans les départements de mathématiques des universités plus prestigieuses, ou parmi les articles publiés dans les revues les plus réputées (voir la partie 3.2), et plus souvent distingués par les principaux prix mathématiques (partie 3.1).
- (2) Les différentes "mesures" du statut des champs à l'intérieur des mathématiques tendent à donner des résultats similaires, cf les sections 3,4,5.
- (3) Les champs bénéficiant des statuts apparents les plus élevés tendent à être les plus abstraits et à n'avoir guère d'applications directes – on peut penser par exemple à la géométrie algébrique – alors que les champs appliqués comme la modélisation computationnelle ou les statistiques ont un faible statut apparent, malgré les efforts déployés par certaines agences de financements pour encourager justement ces champs disciplinaires.
- (4) Le "statut" d'un champ disciplinaire ne peut pas être expliqué par les notions usuelles d'impact, telles que le nombre de citations, car les champs les plus prestigieux tendent à être ceux pour lesquels les citations sont les moins nombreuses.
- (5) Le prestige de certains champs a changé de manière rapide au cours de la période d'observation (1984–2016). A titre d'exemple, le prestige observé de la géométrie différentielle ou de l'analyse semblent avoir décliné de manière marquée, alors que celle des probabilités ou des équations aux dérivées partielles semble avoir augmenté significativement.
- (6) Certains mathématiciens se déplacent entre les champs disciplinaires. Cette mobilité est généralement élevée, un peu moins fréquente dans les universités mieux classées, et tend majoritairement à aller dans le sens d'un "statut" croissant – les mathématiciens des départements plus prestigieux tendent à quitter les champs dont le statut décroît, pour aller vers ceux dont le statut s'améliore, voir la partie 4.4.

On pourra par ailleurs consulter [11] pour trois points qui ne sont pas développés ici :

- (1) Le statut des champs disciplinaires est lié à des différences entre modes de publication : un statut plus élevé est corrélé négativement avec le nombre moyen d'auteurs par article, mais positivement avec la longueur moyenne des articles.
- (2) Les stratégies de recrutement des départements varient en fonction de leur "statut" mesuré ici par leur rang mesuré par un indicateur de production totale. Les départements les mieux placés tendent à favoriser de manière disproportionnée les champs disciplinaires de statut élevé, alors que les départements moins favorisés recrutent plus d'experts de champs disciplinaires dont le statut est moins élevé, voir la partie 4.3.
- (3) La répartition de la production scientifique se répartit différemment entre les champs disciplinaires, au moins d'après l'indicateur utilisé ici. Dans les champs à statut élevé, la production tend à être concentrée plus fortement sur un petit nombre d'auteurs très actifs, alors que dans d'autres champs elle se répartit plus également sur un plus grand nombre d'auteurs.

On pourrait objecter que les conclusions présentées ici dépendent fortement des indicateurs de productivité scientifique, des classements des départements ou des journaux. Pour cette raison nous attachons beaucoup d'importance à justifier le type d'indicateur de production suivi ici, et introduits auparavant dans [6]. Dans [11], nous examinons l'adéquation de différentes mesures de la production mathématique, en partant du principe que la meilleure mesure de la "qualité" d'un indicateur de production scientifique est la manière dont il correspond aux choix d'un comité d'experts disciplinaires reconnus comme compétents. Tous les indicateurs que nous utilisons sont basés sur un indicateur d'impact spécifique aux mathématiques, le *MCQ* calculé par *Mathematical Reviews*, voir la partie 2 ci-dessous, avec différents types de pondération. Nous arrivons à la conclusion que le jugement des experts est le mieux approché avec des indicateurs qui pondèrent très fortement un petit nombre de journaux ayant un *MCQ* élevé.

La section 6 est consacrée à des explications possibles du "statut" relatif des champs mathématiques. Nous considérons plusieurs caractéristiques des sous-disciplines qui pourraient expliquer pourquoi l'une peut être considérée comme plus "prestigieuse" qu'une autre. Nous nous concentrons ensuite sur une notion de "focalisation" d'un champ disciplinaire : dans quelle mesure les chercheurs de ce champ tendent à partager un intérêt pour un petit nombre de questions (ou, dans le vocabulaire mathématique, de conjectures) qui deviennent alors centrales. La notion de focalisation est donc liée, tout en étant distincte, à celle d'*intégration normative* introduite par Hargens [10] : ce qui est partagé n'est pas tant un ensemble de croyances ou de valeurs, mais, de manière plus spécifique, un intérêt pour un ensemble bien défini de conjectures considérées comme particulièrement importantes. Nous proposons d'estimer cette "focalisation" des champs en mesurant la fréquence du mot "conjecture" dans les recensions *Math. Reviews* des articles.

Nous verrons dans la section 6.3 que cette notion peut contribuer à expliquer de manière satisfaisante le prestige relatif des champs mathématiques, au sens où elle a une corrélation positive avec d'autres mesures de "statut" identifiées ici.

**1.3. Pourquoi les mathématiques ?** Il n'est pas nécessaire dans cet ouvrage d'expliquer en quoi les mathématiques et les mathématiciens peuvent être un sujet d'analyse. D'autres disciplines pourraient bien sûr être l'objet du même type d'étude, mais les mathématiques sont bien adaptées aux questions considérées ici pour plusieurs raisons. Elles constituent une discipline bien identifiée et dont la définition est assez stable, présente sous une forme ou sous une autre dans presque toutes les universités (car l'enseignement des mathématiques est toujours présent). Elles ont un ensemble bien défini de champs et de sous-champs, avec des frontières relativement claires. Le nombre d'auteurs de chaque article est habituellement assez faible, ce qui permet de mieux identifier les contributions de chacun. Par ailleurs, les financements de recherche sont moins essentiels en mathématiques que dans les disciplines expérimentales, si bien que la décision d'étudier tel ou tel sujet pourrait être moins fortement influencé en mathématiques par des facteurs externes comme la facilité d'accès à des financements.

De manière plus générale, les mathématiques en tant que discipline présentent plusieurs qualités en tant que sujet d'étude.

- C'est une discipline vraiment internationale, au sens où bien que certaines nations se spécialisent dans certains champs plus que dans d'autres, il n'y a pas de différence majeure dans la manière dont les principales questions sont considérées, ou dans les méthodes utilisées par les mathématiciens à travers la planète. Ce n'est pas le cas dans d'autres disciplines (par exemple l'économie) où des facteurs culturels ou politiques peuvent jouer un rôle majeur.
- Les mathématiques sont une discipline importante, du point de vue de leur poids (numérique) dans la recherche académique. A titre d'exemple, le nombre de mathématiciens disposant d'un poste de professeur dans une institution d'enseignement supérieur aux Etats-Unis était estimé en 2017 à 25 632 (voir [9]), à comparer à un total de 822 513 pour l'ensemble des disciplines, voir [15, Table 315.20]. Les mathématiciens représentent donc près de 3% des professeurs de l'enseignement supérieur aux Etats-Unis. Les poids relatifs des disciplines peuvent varier d'un pays à un autre,

mais on peut estimer que les mathématiques restent l'une des disciplines les plus "importantes", du point de vue du nombre de postes académiques.

- Les mathématiques ont une longue tradition et un développement continu sur une longue période, qui ont conduit à une structuration claire et pour l'essentiel généralement admise en sous-disciplines qui ont chacune leurs problèmes, leurs méthodes et leurs traditions. D'un point de vue pratique, cette structuration est lisible dans la base de données *Math Reviews* que nous utilisons ici grâce aux codes disciplinaires (précis) qui sont affectés à chaque article.
- Pour la même raison, les mathématiques forment un champ disciplinaire bien délimité, avec des frontières claires et assez bien acceptées, se basant typiquement sur l'importance des *preuves* ou des développements méthodologiques, même lorsque les mathématiciens interagissent avec des scientifiques d'autres disciplines.

Les mathématiques constituent aussi un objet d'étude particulièrement accessible grâce à la qualité des données qui sont disponibles en particulier à travers la base de données *Mathematical Reviews*, développée et entretenue par l'*American Mathematical Society*. Cette base a plusieurs caractéristiques remarquables qui n'ont pas d'analogue dans la plupart des autres disciplines, en particulier :

- Elle offre une identification claire, par un code spécifique, de chaque institution et même de chaque département dans une institution donnée.
- Elle attache à chaque auteur un code unique, si bien que même des auteurs ayant le même nom et le même prénom peuvent être distingués sans ambiguïté.
- A chaque article est attribué un code disciplinaire principal et un ou plusieurs codes disciplinaires secondaires. Les codes utilisés, dits M.S.C. pour *Mathematics Subject Classification*, qui permettent de déterminer aisément la proximité d'un article avec tel ou tel champ disciplinaire.

Notons ici pour ne plus y revenir qu'on peut probablement observer aussi une hiérarchie des sous-disciplines dans d'autres disciplines. On peut en trouver un écho par exemple dans la description donnée dans [2] des relations entre physique des hautes énergies et physique de la matière condensée.

## 2. DESCRIPTION DES DONNÉES

Les résultats mentionnés plus haut, et qui seront développés ci-dessous, reposent sur une analyse bibliométrique construite grâce aux données suivantes.

**2.1. Une liste réduite d'articles sélectionnés.** La principale base de données utilisées dans les analyses présentées ici est constituée d'une liste d'articles recueillis de manière sélective depuis la base *Math Reviews* publiée par l'*American Mathematical Society* et contenant un résumé de la plupart des articles publiés en mathématiques ainsi que dans certaines disciplines connexes. Il a déjà été souligné plus haut que cette base de données de *Math Reviews* a des qualités rares qui rendent son utilisation particulièrement utile pour des études bibliométriques sur les mathématiques.

A l'intérieur de cette base de données de *Math Reviews*, nous avons sélectionné une liste d'approximativement 140 journaux, qui peuvent être considérés comme les principaux journaux en mathématiques pures et appliquées. Le choix des journaux a été fait en deux étapes, correspondant à deux phases différentes d'étude.

- Une première liste a été sélectionnée pour une étude antérieure [6]. A ce stade, les journaux sélectionnés avaient été ceux disposant du plus grand *impact factor* parmi ceux ayant une demi-vie citée au-delà d'une certaine limite, d'après le *Journal Citation Report 2006*.
- Plus récemment, cette liste a été complétée en ajoutant les journaux classés  $A^*$  dans la liste de l'*Australian Research Council* (ARC) pour les sciences mathématiques<sup>1</sup>. Il s'agit d'un des très rares classements de journaux en mathématiques obtenus en consultant des experts, et semble être relativement bien acceptée par les mathématiciens.

---

1. See [https://www.austms.org.au/Rankings/AustMS\\_final\\_ranked.html](https://www.austms.org.au/Rankings/AustMS_final_ranked.html)

Pour chaque journal, nous utilisons la liste complète des articles publiés entre 1984 et 2016, en utilisant uniquement les informations essentielles : nom du journal, année de publication, nombre de pages, nombre d’auteurs, classifications M.S.C., et, pour chaque auteur, le code MR et son affiliation. La base contient au total 247 677 articles.

Nous considérons que même si cette liste ne contient qu’une petite fraction de l’ensemble de la littérature mathématique publiée lors de la période de référence, elle contient la plupart, voire la grande majorité, des articles considérés comme réellement importants par les mathématiciens. Bien sûr il y a une part d’arbitraire dans le choix des journaux – si le choix de certains s’impose, d’autres journaux moins centraux auraient pu être remplacés par d’autres de profil comparable.

D’autres choix de journaux auraient donné des poids différents à différentes sous-disciplines, mais ça ne devrait pas être un problème pour les analyses présentées ici, dans la mesure où l’analyse des statuts des sous-disciplines est basée sur la *différence* entre les poids des champs disciplinaires dans différents types de départements (ou de journaux) plus que sur la valeur absolue de ces poids.

**2.2. Une liste d’auteurs et de doctorats.** Nous avons fusionné les données issues de *Mathematical Reviews* avec des données issues de *Mathematical Genealogy*, une base de données remarquablement complète et apparemment assez précise de thèses de doctorat en mathématiques. Il apparaît que la grande majorité des mathématiciens “actifs” apparaissant dans notre données de *Mathematical Reviews* – ceux qui ont publié au moins deux articles dans les journaux considérés – apparaissent aussi dans *Mathematical Genealogy*. Cette seconde source contient des informations additionnelles qui sont utilisées pour obtenir certains des résultats présentés plus bas. On utilisera en particulier la date de la thèse, ainsi que l’institution l’ayant délivrée.

**2.3. Une liste de champs disciplinaires.** Finalement, pour analyser la place de différentes sous-disciplines des mathématiques, nous utilisons le code M.S.C. des articles, tel qu’il leur est attribué par *Math Reviews*. Ces codes sont très précis – constitués de 2 chiffres, une lettre et deux autres chiffres – la direction principale étant codée par les deux premiers chiffres. Même en se limitant aux deux premiers chiffres, on a plusieurs dizaines de directions<sup>2</sup>, ce qui rend toute analyse hasardeuse. Nous avons donc regroupé les codes à deux chiffres en 12 champs comme suit :

- *Algebra*, correspondant aux codes 06, 08, 20, 18, 15, 16, 17,
- *AlgGeom* (pour *Algebraic Geometry*) pour les codes 11, 12, 13, 14,
- *DiffGeom* (pour *Differential Geometry*) pour les codes 51, 52, 53, 32, 58,
- *Topology* pour les codes 19, 54, 55, 57, 22,
- *Analysis* pour les codes 26, 28, 30, 41, 42, 43, 46, 47, 33, 34, 39, 40,
- *PDE* (pour Partial Differential Equations) pour les codes 31, 35, 44, 45, 49,
- *DynSys* (pour *Dynamical Systems*) pour le code 37 (apparaissant seulement en 2000),
- *Physics* (pour *mathematical physics*) pour les codes 70, 74, 76, 78, 80, 81, 82, 83, 85, 86,
- *Numerics* pour le code 65,
- *Probability* pour le code 60,
- *Statistics* pour le code 62,
- *Other* pour les codes 00, 01, 04, 97, 03, 05, 68, 73, 90, 91, 92, 93, 94.

La répartition des codes M.S.C. en groupes a bien sûr une part d’arbitraire. Elle suit une certaine logique disciplinaire, visible dans les noms donnés aux différents groupes. Mais d’autres répartitions auraient été possibles.

D’ailleurs les champs disciplinaires définis de cette manière n’ont pas les mêmes importances numériques – en nombre d’articles ou de chercheurs – et de fait les poids des différents champs varient significativement avec le temps, voir la table Table 1.<sup>3</sup>

2. Voir <https://mathscinet.ams.org/msc/msc2020.html>.

3. *DynSys* (Dynamical Systems) n’apparaît que dans la période 1997–2000, car il n’y avait pas de code spécifique pour les systèmes dynamiques avant 2000.

|             | 1984-88 | 1989-92 | 1993-96 | 1997-00 | 2001-04 | 2005-08 | 2009-12 | 2013-16 |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Other       | 13.2    | 12.1    | 12.6    | 12.4    | 12.5    | 12.2    | 13.1    | 12.8    |
| Algebra     | 4.6     | 4.5     | 4.7     | 4.8     | 4.6     | 6.4     | 7.4     | 7.3     |
| AlgGeom     | 9.5     | 9.1     | 9.2     | 8.7     | 8.7     | 7.9     | 7.9     | 8.1     |
| DiffGeom    | 12.5    | 13.4    | 12.6    | 10.3    | 8.8     | 7.8     | 8.1     | 8.5     |
| Topology    | 6.0     | 5.7     | 5.0     | 4.6     | 3.9     | 3.8     | 3.5     | 3.8     |
| Analysis    | 16.6    | 15.6    | 16.2    | 15.1    | 15.6    | 16.5    | 13.1    | 11.8    |
| PDE         | 10.2    | 10.8    | 10.9    | 11.5    | 12.6    | 13.2    | 14.7    | 17.6    |
| DynSys      | 0.0     | 0.0     | 0.0     | 2.2     | 4.5     | 4.7     | 4.1     | 4.0     |
| Physics     | 3.5     | 4.6     | 4.5     | 6.3     | 6.7     | 7.5     | 6.8     | 6.8     |
| Numerics    | 6.7     | 7.0     | 7.7     | 8.1     | 6.3     | 6.6     | 6.2     | 6.5     |
| Probability | 6.4     | 7.2     | 7.2     | 6.5     | 7.1     | 6.5     | 7.1     | 7.0     |
| Statistics  | 10.4    | 9.4     | 8.9     | 8.9     | 8.2     | 6.5     | 7.3     | 5.2     |

TABLE 1. Proportion des articles dans les différents champs

On pourra trouver dans [12] une analyse de certaines différences entre sous-disciplines des mathématiques, en particulier dans la signification différente qu'on peut attribuer aux taux de citations. On pourra consulter aussi [13] pour une analyse de facteurs différenciant, du point de vue bibliométrique, entre différents champs des mathématiques.

**2.4. Comment évaluer la place des journaux ?** L'analyse du statut des champs disciplinaires en mathématiques se base en partie sur une stratification des journaux considérés. Certains sont plus sélectifs ou plus prestigieux que d'autres, et il est nécessaire de trouver des indications quantitatives de ces différences. C'est particulièrement délicat pour les mathématiques, où des indicateurs simples comme le nombre moyen de citation des articles ne semblent pas être pertinents (voir [14], qui utilise les *featured reviews* de *Math Reviews* pour argumenter de manière convainquante que, en mathématiques, la valeur d'un article ne se mesure pas au nombre de ses citations).

L'utilisation d'indicateurs bibliométriques a été l'objet de débats intenses dans la communauté mathématique. Leur usage pour les évaluations individuelles est souvent rejeté, et certains indicateurs qui sont largement utilisés, tels que le *Journal Impact Factor* (IF), ont parfois été décrits comme mal adaptés aux mathématiques, cf [1, 8], à la fois pour des raisons de fond et parce que des caractéristiques spécifiques, comme la mesure des citations sur une période trop restreinte, conduisent à des biais importants entre sous-disciplines des mathématiques.

Parallèlement, *Math. Reviews* produit un indicateur d'impact des journaux, le *Mathematics Citation Quotient* (MCQ), qui mesure le nombre moyen de citations sur une période de 5 ans, mais uniquement dans une liste restreinte de journaux "de référence". Le MCQ mesure donc l'impact moyen des articles publiés par un journal, mais dans une période de temps plus longue que l'*Impact factor*, et dans une famille limitée de publications sélectionnées pour leur sérieux. Le MCQ semble beaucoup mieux correspondre que l'IF à l'évaluation heuristique que les mathématiciens ont – d'une manière souvent convergente – de la hiérarchie des journaux, il a l'avantage de supprimer le "bruit" que peut représenter, pour d'autres indicateurs d'impact, un nombre élevé de citations dans des journaux peu sélectifs voire peu sérieux. L'utilisation du MCQ dans une analyse du prestige des champs disciplinaires peut par contre avoir l'inconvénient d'une certaine circularité, puisque une forme de "prestige" des journaux apparaît déjà dans la sélection des sources prises en compte dans le décompte des citations.

Nous utilisons ici le MCQ 2016 comme une approximation (imparfaite) du "prestige" des journaux. La question de l'adéquation de cet indicateur, et de la manière dont on peut l'utiliser, est abordée dans [11], où on montre qu'une certaine pondération des articles par une puissance du MCQ conduit à un indicateur qui approche les choix de comités d'experts (ici ceux des panels mathématiques de l'E.R.C.).<sup>4</sup>

### 3. UNE PREMIÈRE APPROCHE : MÉDAILLES FIELDS ET JOURNAUX DOMINANTS

Une première approche, simple, de l'importance accordée aux différents champs peut être trouvée dans deux sources de "prestige" ou de "statut" largement reconnues dans la communauté mathématique :

---

4. Le MCQ bénéficie d'une certaine stabilité dans le temps,

- La médaille Fields, généralement considérée comme le prix scientifique le plus important dans la discipline, attribué tous les 4 ans à deux à quatre mathématiciens de moins de 40 ans.
- Les publications dans trois revues mathématiques parmi les plus sélectives. Ces revues publient de l'ordre de 140 articles par an, et arriver à y être publié est considéré comme significatif par la grande majorité des mathématiciens.

|               |      |             |      |          |     |
|---------------|------|-------------|------|----------|-----|
| Kodaira       | 1954 |             |      |          |     |
| Serre         | 1954 | AlgGeom     | 66%  | Algebra  | 33% |
| Roth          | 1958 |             |      |          |     |
| Thom          | 1958 | DiffGeom    | 100% |          |     |
| Hörmander     | 1962 | PDE         | 70%  | DiffGeom | 20% |
| Milnor        | 1962 | DiffGeom    | 60%  | Other    | 20% |
| Atiyah        | 1966 | Other       | 33%  | DiffGeom | 33% |
| Cohen         | 1966 |             |      |          |     |
| Grothendieck  | 1966 |             |      |          |     |
| Smale         | 1966 | Other       | 56%  | Numerics | 18% |
| Baker         | 1970 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Hironaka      | 1970 | Other       | 100% |          |     |
| Novikov       | 1970 | DynSys      | 42%  | DiffGeom | 28% |
| Thompson      | 1970 | Algebra     | 100% |          |     |
| Bombieri      | 1974 | AlgGeom     | 94%  | Analysis | 5%  |
| Mumford       | 1974 | Other       | 40%  | DiffGeom | 20% |
| Deligne       | 1978 | AlgGeom     | 66%  | Topology | 20% |
| Fefferman     | 1978 | DiffGeom    | 29%  | Physics  | 28% |
| Margulis      | 1978 | Topology    | 38%  | AlgGeom  | 28% |
| Quillen       | 1978 | Topology    | 40%  | DiffGeom | 30% |
| Connes        | 1982 | DiffGeom    | 54%  | Physics  | 16% |
| Thurston      | 1982 | Topology    | 59%  | Other    | 18% |
| Yau           | 1982 | DiffGeom    | 57%  | Physics  | 18% |
| Donaldson     | 1986 | DiffGeom    | 77%  | Topology | 22% |
| Faltings      | 1986 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Freedman      | 1986 | Topology    | 64%  | DiffGeom | 10% |
| Drinfeld      | 1990 | AlgGeom     | 75%  | Algebra  | 25% |
| Jones         | 1990 | Analysis    | 80%  | Other    | 5%  |
| Mori          | 1990 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Witten        | 1990 | Physics     | 54%  | DiffGeom | 22% |
| Bourgain      | 1994 | AlgGeom     | 27%  | Analysis | 25% |
| Lions         | 1994 | PDE         | 61%  | Physics  | 12% |
| Yoccoz        | 1994 | DynSys      | 62%  | DiffGeom | 31% |
| Zelmanov      | 1994 | Algebra     | 90%  | Other    | 9%  |
| Borcherds     | 1998 | AlgGeom     | 62%  | Algebra  | 37% |
| Gowers        | 1998 | Other       | 31%  | AlgGeom  | 31% |
| Kontsevich    | 1998 | AlgGeom     | 42%  | Algebra  | 14% |
| McMullen      | 1998 | DiffGeom    | 33%  | DynSys   | 18% |
| Lafforgue     | 2002 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Voevodsky     | 2002 | AlgGeom     | 87%  | Topology | 12% |
| Okounkov      | 2006 | AlgGeom     | 46%  | Other    | 16% |
| Perelman      | 2006 | DiffGeom    | 100% |          |     |
| Tao           | 2006 | Analysis    | 26%  | PDE      | 24% |
| Werner        | 2006 | Probability | 91%  | Analysis | 2%  |
| Lindenstrauss | 2010 | DynSys      | 54%  | Topology | 13% |
| Ngo           | 2010 | AlgGeom     | 58%  | Topology | 41% |
| Smirnov       | 2010 | Probability | 35%  | DynSys   | 30% |
| Villani       | 2010 | Physics     | 31%  | PDE      | 27% |
| Avila         | 2014 | DynSys      | 77%  | Analysis | 15% |
| Bhargava      | 2014 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Hairer        | 2014 | Probability | 68%  | PDE      | 10% |
| Mirzakhani    | 2014 | DiffGeom    | 77%  | AlgGeom  | 11% |
| Birkar        | 2018 | AlgGeom     | 100% |          |     |
| Figalli       | 2018 | PDE         | 72%  | DiffGeom | 7%  |
| Scholz        | 2018 | AlgGeom     | 87%  | Topology | 12% |
| Venkatesh     | 2018 | AlgGeom     | 65%  | Topology | 13% |

TABLE 2. Médailleurs Fields depuis 1954

**3.1. Médailleurs Fields.** La table 2 contient la liste des lauréats de la médaille Fields depuis 1954, avec, pour chacun, ses deux directions disciplinaires principales, avec le poids de chacune, mesuré par les codes MSC principaux des articles dont ils sont auteurs, dans la liste d'articles considérée ici <sup>5</sup>. On constate que :

- la géométrie algébrique et la géométrie différentielles dominant, ainsi que la topologie,

5. Le champ disciplinaire manque pour ceux qui n'ont aucune publication dans la base.



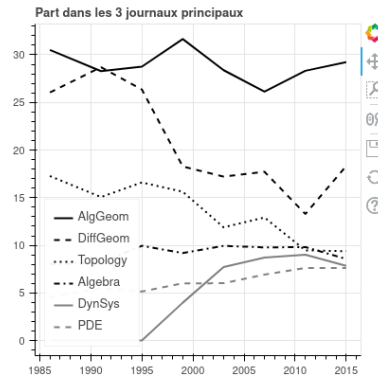


FIGURE 1. Part des différents champs disciplinaires dans trois principaux journaux : *Ann. Math.*, *Inventiones Math.*, *J. Amer. Math. Soc.* .

- les probabilités, les systèmes dynamiques, et les équations aux dérivées partielles apparaissent dans les années 1990,
- les statistiques et les mathématiques computationnelles n'apparaissent pas (ou pas encore).

**3.2. Les journaux dominants.** Il y a un certain consensus parmi les mathématiciens sur les journaux considérés comme les plus sélectifs et les plus prestigieux. Si les avis peuvent diverger sur la liste des 5 ou 6 journaux les plus importants, les avis convergent généralement pour y inclure trois revues : *Annals of Mathematics*, *Inventiones Mathematicae*, et le *Journal of the American Mathematical Society*. Ces journaux sont d'ailleurs ceux qui sont utilisés par le classement ARWU pour les mathématiques<sup>6</sup>, et donc pour leur classement des universités dans ce domaine. Ils sont très sélectifs, et publient ensemble de l'ordre de 140 articles par an. (Il est assez courant d'ajouter à ces trois journaux *Acta mathematica* et les *Publications Mathématiques de l'IHES*, mais ces deux journaux publient seulement une dizaine d'articles par an, et les ajouter ne changerait pas significativement les résultats.)

L'évolution dans le temps de la part des articles dont le code MSC principal est dans les différents champs disciplinaires apparaît dans la figure 1.

On retrouve les mêmes conclusions générales que pour les médaillés Fields, d'une manière plus quantitative. La géométrie algébrique et la géométrie différentielle dominent, et leurs poids sont beaucoup plus grands que dans l'ensemble de la base telle qu'ils apparaissent dans la table 1. On voit aussi émerger une évolution intéressante dans le temps : certains champs, comme la géométrie différentielle et la topologie, voient une diminution claire de leur part, alors que d'autres, comme les systèmes dynamiques et les équations aux dérivées partielles, voient une augmentation claire de leur part.

#### 4. DÉPARTEMENTS

Tournons maintenant notre attention vers les profils disciplinaires des départements. Nous partons de l'idée – bien acceptée – que les départements de différentes universités tendent à avoir un "statut" bien déterminé et relativement stable, voir see par exemple [3] pour une analyse fine du statut des départements en informatique, en gestion et en histoire.

Pour identifier des tendances spécifiques à des profils d'universités différentes, nous considérons différents groupes d'université, et différents aspects de leur spécialisation disciplinaire. Les groupes d'universités sont :

6. See <http://www.shanghairanking.com/activities>

- Les universités de la “Ivy league” : Columbia, Cornell, Dartmouth, Harvard, Princeton, U. of Pennsylvania, Yale, dont on peut s’attendre à ce qu’elles soient des université interdisciplinaires “classiques”, avec des centres d’intérêt larges.
- Les “instituts de technologie” : Caltech, GeorgiaTech, ETH, EPFL, MIT, Stanford, l’Ecole Polytechnique, T.U. Berlin, T.U. Munich, RWTH Aachen. Ce sont aussi de grandes “universités de recherche” mais avec une orientation plus spécifiquement technologique, et une mission spécifique de formation d’ingénieurs ou d’innovateurs. On pourrait donc s’attendre à y trouver des départements de mathématiques orientés vers les applications.
- Parmi les université restantes, nous considérons 4 groupes, en fonction de leur production scientifique totale (en mathématiques) suivant un indicateur spécifique : celles classées 1–10, 11–30, 31–100 et 101–300. (Notons que les *productions totales* des différents groupes sont plus comparables que le nombres de départements.)

Les deux premières catégories sont séparées de la liste générale des universités du fait d’une certaine homogénéité au moins anticipée, dans l’objectif de vérifier si leur caractère particulier est visible dans les données bibliométriques étudiées ici. La catégorie “Ivy league”, spécifique au système universitaire américain, est constituée du groupe d’universités historiquement les mieux établies dans ce pays, et on s’attend donc à ce qu’elles représentent une certaine forme d’excellence “traditionnelles”<sup>7</sup>. La catégorie “IT” est constituée d’institutions dont les étudiants sont largement orientés vers l’ingénierie ou les nouvelles technologies, aux Etats-Unis ou en Europe<sup>8</sup>. Les universités des deux listes apparaissent pour la plupart dans les 50 premières de la liste complète classées par la production scientifique sur l’ensemble de la période de référence (pondérées par le nombre de pages et le carré du MCQ, cf ci-dessous) : les universités “Ivy League” apparaissent aux rangs 1 (Princeton), 9 (Harvard), 14 (Columbia), 31 (Cornell), 43 (Yale), 49 (U. de Pennsylvanie) et 340 (Dartmouth). Pour les Instituts de technologie, les rangs sont 4 (MIT), 8 (Stanford), 19 (ETH), 24 (Caltech), 26 (Ecole Polytechnique), 41 (Georgia Tech), 89 (EPFL), 97 (T.U. Berlin), 156 (T.U. Munich), et 157 (RWTH Aachen)<sup>9</sup>.

Nous évaluons les spécialisations disciplinaires de ces départements de plusieurs manières :

- Par leur production scientifique (articles publiés).
- Par le champ disciplinaire principal de leurs mathématiciens “actifs” (au sens où ils apparaissent dans notre base d’articles).
- Par leurs recrutements, c’est-à-dire par les champs disciplinaires des mathématiciens qui se déplacent vers ces départements.

**4.1. La spécialisations mesurée par les publications.** On constate dans les graphes de la figure 2 que le poids relatif des différents champs disciplinaires varie largement entre différents types de départements. Certains sont sur-représentés dans les départements plus privilégiés, alors que d’autres ont une place plus importante dans les départements d’institutions moins ambitieuses. De plus, ces poids relatifs varient avec le temps. La figure 2 montre en fait l’évolution au cours du temps de la part des publications (pondérées par le nombre de pages et le MCQ des journaux) dans différents types de départements d’un groupe limité de disciplines.

On obtient ainsi un éclairage différent et plus précis du paysage déjà ébauché dans la partie 3. Le paysage disciplinaire est contrasté, certains champs disciplinaires ayant un poids très différent dans différent types d’institutions, et l’évolution au cours du temps est rapide.

7. On aurait pu y ajouter quelques universités américaines ayant un profil similaire, comme par exemple l’Université de Virginie ou Rice University, ou d’ailleurs des universités européennes telles que celles de Oxford ou de Cambridge, mais la catégorie “Ivy league” a l’avantage d’être bien défini et reconnu

8. On pourrait là aussi constituer cette catégorie de manière différente, par exemple en incluant d’autres universités à orientation technologique indiennes, chinoises ou britanniques. On a choisi de se limiter ici à un groupe d’établissements assez limité en espérant préserver une certaine homogénéité.

9. On peut noter, sans le développer ici, que la spécificité de la catégorie IT diminue si on élimine les trois universités techniques allemandes, pour se rapprocher du profil des autres universités ayant une production importante dans la période.

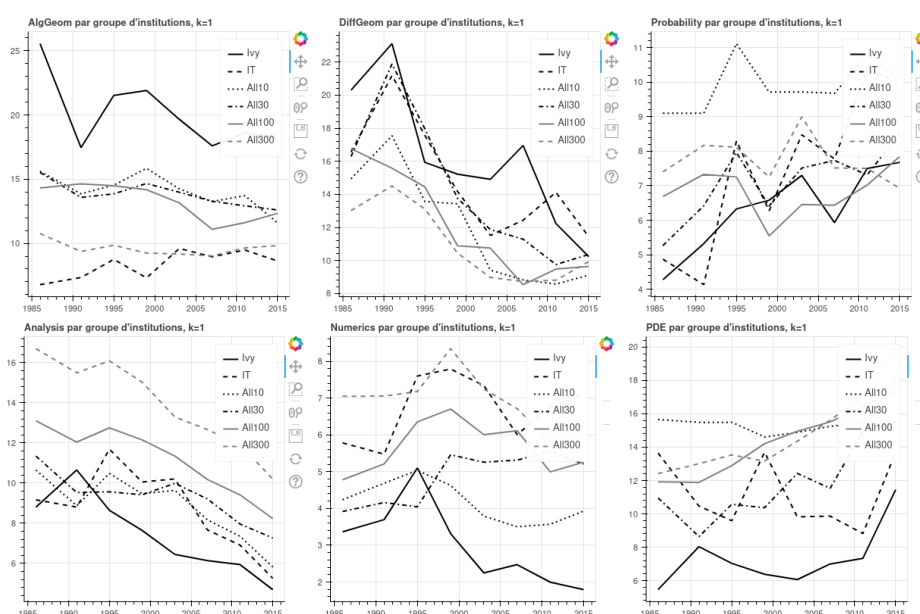


FIGURE 2. Part (en pourcentage) de certains champs dans les publications de différents groupes d'universités.

La géométrie algébrique apparaît comme un champ disciplinaire "élitiste" : en dépit d'une part légèrement décroissante, elle reste dominante dans les départements des universités de la "Ivy league", avec près de 20% des articles. Mais son importance décroît quand on descend dans le classement des départements, et elle ne représente plus que de l'ordre de 8% des articles dans les départements 101-300. Sa part est aussi plus limitée – bien qu'encore importante – dans les instituts technologiques, ce qui n'est guère surprenant dans la mesure où son rôle dans les applications est secondaire.

La géométrie différentielle offre un profil similaire au début de la période d'observation, mais il est frappant de constater que sa part dans les universités "Ivy league" décroît de manière marquée, comme d'ailleurs dans tous les groupes d'université.

L'opposé se produit pour les probabilités, presque absentes dans les universités "Ivy league" et des instituts technologiques au début de la période, mais qui deviennent importantes à la fin. On voit aussi un profil très différent pour l'analyse et les mathématiques "numériques", qui apparaissent être des champs disciplinaires de faible statut à la fin de la période, avec un rôle très limité dans les universités "Ivy league", mais beaucoup plus important dans les départements plus éloignés dans le classement.

On constate d'ailleurs que les instituts technologiques ont, comme on peut s'y attendre, un profil disciplinaire distinct des autres universités, avec un poids moins important que dans les universités "Ivy league" pour la géométrie algébrique et plus important pour les mathématiques numériques, comme on pouvait s'y attendre. Mais le poids de la géométrie algébrique y est néanmoins presque aussi important que pour les départements éloignés dans le classement. On peut aussi constater que la géométrie différentielle y joue un rôle important, bien que n'étant pas particulièrement proche des applications.

**4.2. La spécialisation considérée par la démographie des mathématiciens publiant.** Un point de vue différent sur la spécialisation des départements est à travers les spécialisations thématiques de leurs chercheurs. Il faut noter néanmoins une difficulté technique ici : les articles apparaissant dans notre base ne proviennent pas nécessairement de départements de mathématiques, mais peuvent être l'œuvre de chercheurs d'autres départements, par exemple en statistiques (contributions des départements d'économie, de biologie, etc) ou en mathématiques computationnelles (départements d'ingénierie, de

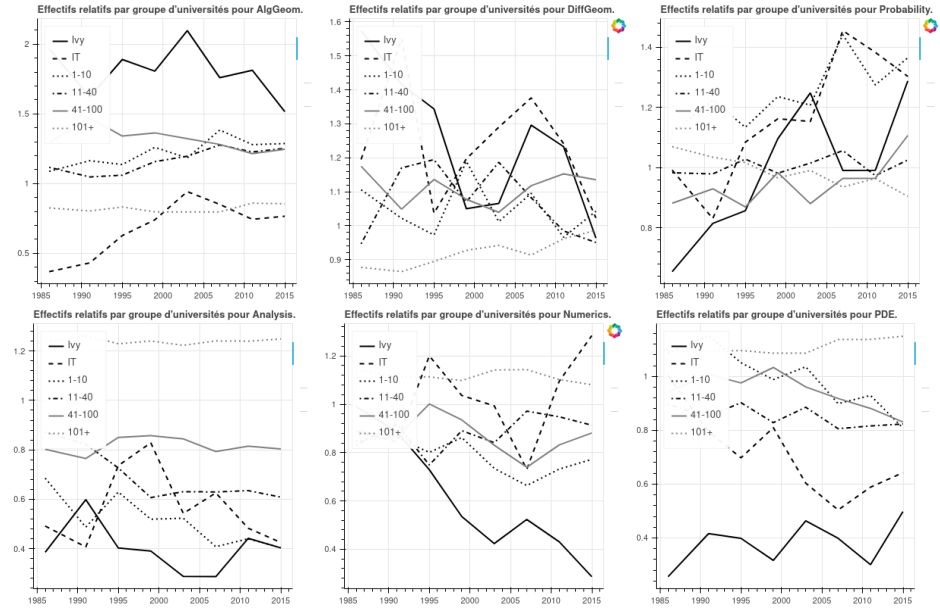


FIGURE 3. Effectifs *relatifs* des mathématiciens de différentes sous-disciplines, par groupe d'universités. Un effectif relatif de 2 signifie que le champ est deux fois plus représenté que dans l'ensemble de la population.

physique, etc). Cet effet peut être limité quand on le mesure au poids des articles mais important du point de vue démographique, si un nombre important de chercheurs d'autres disciplines apparaissent occasionnellement comme auteurs d'un article ayant une composante mathématique significative.

Pour limiter cet effet, nous nous limitons ici aux auteurs ayant publié au cours de la période d'observation un minimum de 100 pages pondérées par le MCQ du journal (et divisées par le nombre d'auteurs). Pour chaque période, chaque mathématicien se voit attribué un champ disciplinaire principal, défini comme celui qui apparaît le plus souvent dans leurs articles (en prenant en compte la même pondération).

On voit sur la figure 3 les poids relatifs de la même série de champs disciplinaires que plus haut dans différents types d'universités, mais maintenant en termes de sur- ou sous-représentation par rapport à l'ensemble de la base pour le nombre de mathématiciens actifs. Un poids relatif de 1,2 pour l'algèbre dans les instituts technologiques, par exemple, signifierait qu'il y a 1,2 fois plus de mathématiciens actifs dans le domaine de l'algèbre dans ces instituts, par rapport à ce qu'on pourrait attendre au vu de la proportion de géomètres algébristes dans l'ensemble des universités.<sup>10</sup>

Les résultats peuvent être comparés à ceux de la partie 4.1. La géométrie algébrique apparaît à nouveau comme un champ "élitiste" (sur-représentations dans les départements favorisés, sous-représentations dans les départements secondaires). La géométrie différentielle est aussi dans une situation privilégiée, avec une baisse nette dans la fin de la période d'observation. Le profil des probabilités s'améliore très nettement au cours de la période, alors que l'analyse, les mathématiques computationnelles et les équations aux dérivées partielles sont fortement sous-représentées dans les départements d'élite et sur-représentés dans les départements 101+.

10. Par rapport à la production pondérée, la "population active" se trouve beaucoup moins dans les universités "Ivy league" et top 10, et beaucoup plus dans les très nombreux départements qui ne font pas partie des 100 premiers du classement. Ceci explique que pour certains champs le poids relatif soit plus grand (ou plus petit) que 1 sauf pour les universités 101+.

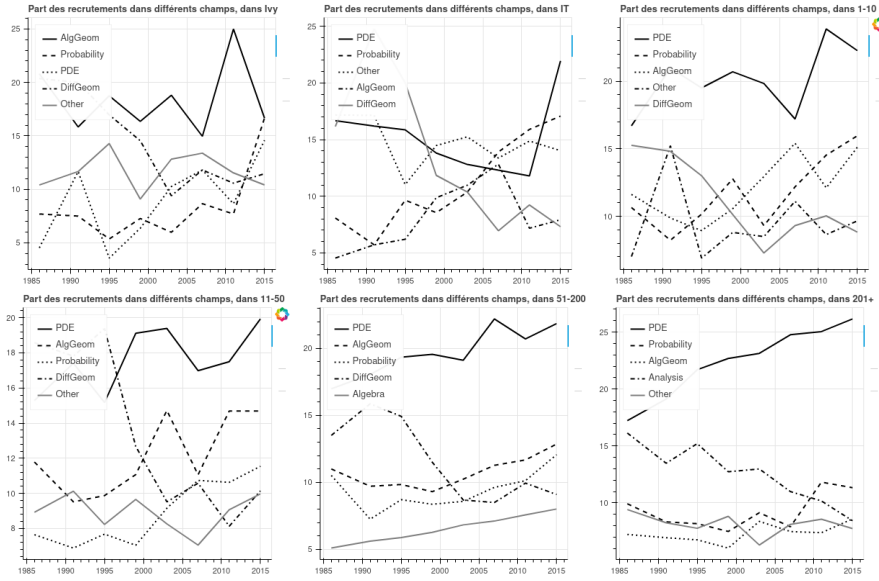


FIGURE 4. Part des recrutements effectués dans les 5 premiers champs disciplinaires, pour différents groupes d’universités – les cinq premiers champs du point de vue des recrutements diffèrent entre les groupes d’universités.

**4.3. Du point de vue des recrutements.** Les données présentées dans les deux parties précédentes montrent que les poids de différents champs varient, parfois de manière rapide, au cours de la période d’observation. La question se pose donc des mécanismes permettant ces variations. Nous étudions cette question dans cette section et la suivante, d’abord en observant dans quels domaines les recrutements se font, ensuite en étudiant les déplacements de mathématiciens d’un champ à un autre.

Nous allons voir que à la fois les départements et les mathématiciens individuels montrent un certain dynamisme, mais que les départements qui bénéficient d’un “statut” élevé, et leurs membres, s’adaptent plus rapidement.

On peut voir dans la figure 4 les proportions de différents champs disciplinaires dans les recrutements (définis comme l’arrivée de nouveaux auteurs, au moins deux ans après leur thèse) faits dans différents groupes d’universités. On constate que les départements privilégiés (“Ivy league”, 1–10) continuent à donner une forte préférence à la géométrie algébrique, et une place décroissante à la géométrie différentielle. Les équations aux dérivées partielles et les probabilités voient leur rôle augmenter dans presque tous les groupes, alors que l’analyse reste importante dans les départements secondaires seulement.

**4.4. La mobilité individuelle entre domaines.** En dehors des recrutements, la principale explication possible des variations de poids entre domaines pourrait être le changement de domaine de recherche de mathématiciens – la dernière explication restante étant des différences dans les “taux d’attrition”, c’est-à-dire la proportion des mathématiciens qui cessent de publier (cf. [6]).

La figure 5 donne quelques indications sur ces mobilités thématiques. Le premier graphe indique la proportion des mathématiciens qui changent de thématique principale entre une période et la suivante, suivant leur affiliation – on constate que la mobilité thématique est élevée dans tous les groupes, mais décroît légèrement dans les départements plus privilégiés. Le second graphe indique la mobilité thématique entrante et sortante pour trois domaines. Précisément, un domaine est associé à chaque mathématicien pour chaque période (en fonction des codes disciplinaires principaux de ses articles) et on indique pour chaque période le ratio entre le nombre de mathématiciens qui “arrivent” dans ce domaine (resp. en “sortent”) et le nombre de ceux à qui ce domaine est attribué pour la période. On constate que la

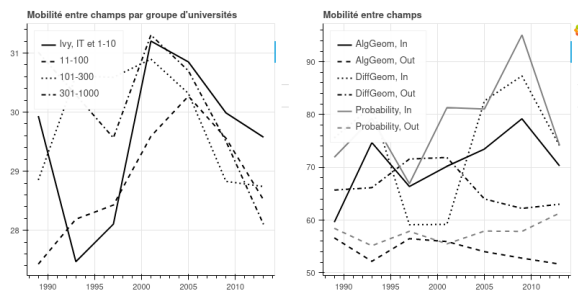


FIGURE 5. Mobilité disciplinaire par groupe d’université et pour quelques champs. A gauche, part des mathématiciens changeant de discipline “principale” dans différents groupes d’universités. A droite, mobilité entrante et sortante dans différents champs.

mobilité à la fois “entrante” et “sortante” est importante pour chacun des domaines. Pour chacun des trois champs présentés, la mobilité entrante est supérieure à la mobilité sortante, mais la mobilité sortante est nettement plus élevée, pour l’ensemble de la période, en géométrie différentielle.

## 5. LA SPÉCIALISATION DISCIPLINAIRE DES JOURNAUX

On a déjà vu qu’on peut estimer le “statut” des champs disciplinaires par leur poids relatif dans les journaux les plus visibles. Nous approfondissons ici cette analyse en considérant une gamme beaucoup plus large de journaux.

Plus spécifiquement, nous utilisons le MCQ<sup>11</sup> calculé par *Math Reviews*. Il faut néanmoins noter que le MCQ n’échappe pas à certains biais entre sous-disciplines, car les articles publiés dans certains domaines (comme les statistiques ou les équations aux dérivées partielles) tendent à être cités plus rapidement, et donc plus souvent dans la période d’observation de 5 ans du MCQ, que ceux d’autres disciplines (comme la géométrie algébrique). Ce biais tend à augmenter le MCQ de journaux ayant une plus grande spécialisation dans certains champs à citation “plus rapide”, et donc à augmenter la part de ces champs dans les journaux à MCQ plus élevé.

Pour mieux contrôler cet effet, nous présentons deux séries de données : la figure 6 montre le poids de différents domaines dans différents groupes de journaux, et la figure 7 présente les mêmes données mais en excluant le journaux ayant un degré de spécialisation élevé. (L’indice de spécialisation utilisé ici est calculé comme la somme des carrés des poids relatifs des domaines parmi les articles publiés par le journal, le poids relatif d’un domaine étant égal à 1 si la proportion de d’articles de ce domaine est égal à la proportion dans l’ensemble de la base. On considère ici les journaux ayant un indice de spécialisation inférieur ou égal à 50, un niveau choisi pour éliminer les journaux très centrés sur une ou deux sous-disciplines.) Bien que les résultats soient assez similaires, certaines spécificités sont gommées dans la figure 7.

Ces figures soutiennent à nouveau la notion d’un “statut” des disciplines telle qu’elle apparaît dans les parties 3.2 et 4, de même que sa *dynamique*. La géométrie algébrique est sur-représentée dans les journaux à fort MCQ. La géométrie différentielle l’est aussi, mais avec place décroissante. Par contre, l’analyse par exemple est sous-représentée dans les journaux à fort MCQ, avec une part déclinante, alors que la place des probabilités dans les journaux à MCQ élevé augmente, ainsi que celle des équations aux dérivées partielles (PDE).

Supprimer les journaux spécialisés permet d’affiner l’analyse, et indique par exemple que le poids élevé des mathématiques computationnelles dans les journaux ayant un MCQ situé entre 1 et 2 est largement dû à des journaux spécialisés.

11. Valeur 2016.

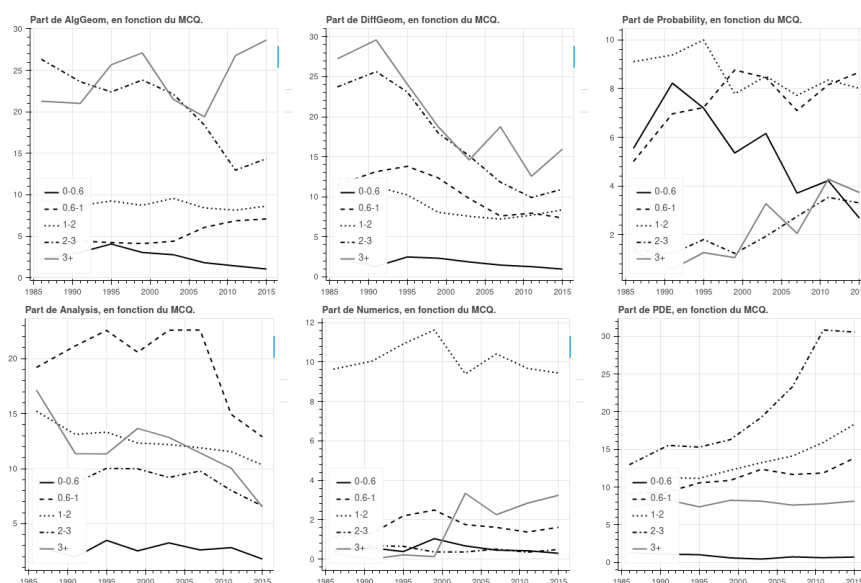


FIGURE 6. Part de certains champs dans différents groupes de journaux regroupés suivant leur MCQ.

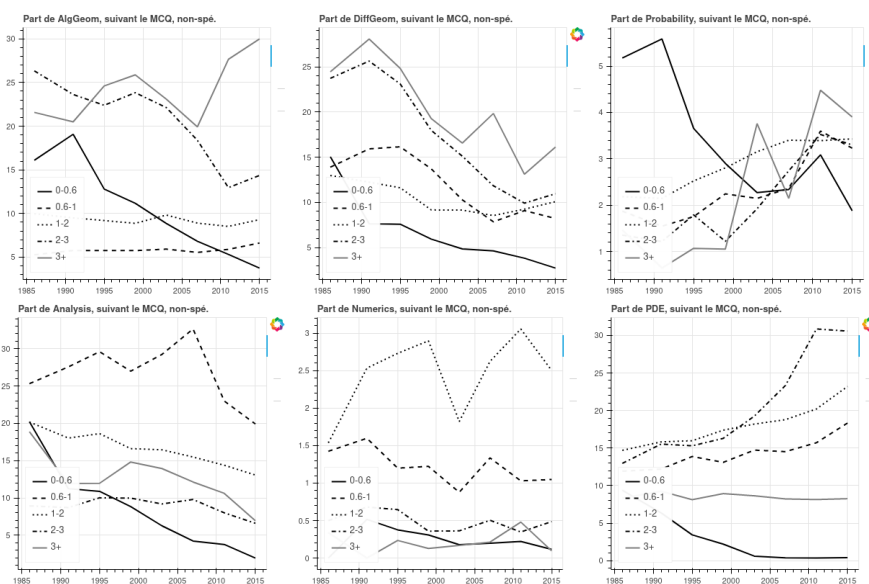


FIGURE 7. Même données que la figure 6 en excluant les journaux spécialisés (indice de spécialisation supérieur à 50).

## 6. QUELQUES TENTATIVES D'ANALYSE

Nous sortons ici d'une approche essentiellement descriptive, pour proposer quelques explications possibles aux phénomènes décrits ci-dessus.

**6.1. Comment expliquer le “statut” des champs disciplinaires ?** Commençons par recenser quelques explications simples.

- *Certains champs sont plus utiles ou plus importants pour les applications que d’autres.* Cette explication semble plutôt opposée à ce qu’indiquent les données, puisque les champs disciplinaires à “statut élevé” – préférés par les départements plus favorisés ou les journaux les plus sélectifs – sont plutôt ceux qui ont le moins d’applications directes. Certaines agences de financements préfèrent pourtant ces champs plus appliqués<sup>12</sup> ce qui devrait donner une bonne raison aux départements pour les préférer – mais ça ne semble pas être le cas.
- *La maximalisation des financements externes.* Pour la même raison, cette explication ne semble pas fonctionner, puisque les financements vont plutôt prioritairement aux champs plus appliqués dont le “statut” paraît inférieur.
- *L’“impact” d’un champ disciplinaire*, tel que mesuré par le nombre de citations qu’un article peut attirer. A nouveau, cette explication simple contredite par les données, puisque les champs à “haut statut”, comme la géométrie algébrique ou la topologie, sont typiquement ceux où l’impact des articles, mesuré à l’aune du nombre de citations, est le plus faible, alors que les champs où les impacts sont élevés, comme les statistiques où les mathématiques computationnelles, ont des “statuts” apparents faibles<sup>13</sup>.
- Le statut d’un champ dépend d’un autre type d’impact, lié à l’importance que les autres mathématiciens associent aux résultats. Cette explication semble compatible avec les résultats présentés dans les parties 4.2 et 4.3, mais elle conduit immédiatement à une autre question : pourquoi certains résultats, en particulier dans certains champs, paraissent-ils plus intéressants ou plus importants que d’autres aux mathématiciens ?
- *Le niveau de consensus.* Il est tentant d’appliquer à l’intérieur des mathématiques l’une des principales explications de la “hiérarchie des sciences” : la différence entre niveau de consensus entre différents champs. Cette explication se heurte néanmoins à une difficulté : le niveau de consensus tend à être uniformément haut dans l’ensemble des mathématiques, puisque tous les articles publiés sont présumés contenir des preuves complètes des résultats et donc, sauf exception, tous les résultats sont considérés comme entièrement vrais.
- *Focus.* C’est la principale explication que nous voudrions proposer. Les champs qui privilégient semblent être ceux qui bénéficient d’une “focalisation” forte et partagée sur un ensemble limité de problèmes bien identifiés. Cette assertion se reflète dans plusieurs types de données bibliométriques.
  - Des articles plus longs, dans la mesure où des efforts et des développements techniques élaborés sont souvent nécessaires pour progresser dans des questions bien identifiées que d’autres experts n’ont pas réussi à résoudre.
  - Moins de co-auteurs par articles, pour une raison similaire – la profondeur et les difficultés techniques réduisent le rapport bénéfice/coût des collaborations (trop de temps étant utilisé pour expliquer de nouvelles idées et partager des avancées avec des collaborateurs).
 On présente dans la section suivante quelques données limitées qui viennent en appui à cette hypothèse, en montrant en particulier que l’utilisation du mot *conjecture* est plus fréquente dans les domaines à statut élevé.
- *Les perspectives professionnelles offertes.* C’est une autre explication simple mais qui ne semble pas résister à l’observation. Au contraire, une recherche rapide par mot-clé sur le site *mathjobs.org*, probablement la principale source d’annonces de postes en mathématiques (académiques et non-académiques) indique que les offres sont plus nombreuses dans les domaines à “faible statut”, comme les statistiques où les mathématiques computationnelles.

12. A titre d’exemple, en Grande-Bretagne, l’EPSERC a décidé en 2011 de ne financer des thèses que dans les domaines des statistiques et des probabilités appliquées, cf [http://blogs.nature.com/news/2011/09/uk\\_mathematicians\\_protest\\_fell.html](http://blogs.nature.com/news/2011/09/uk_mathematicians_protest_fell.html).

13. On peut aisément vérifier cette affirmation en cherchant les articles les plus cités dans *google scholar* avec un “label” donné



**6.2. Des explications "internes" à la discipline.** A contrario de la section précédente, la discussion avec des mathématiciens fait émerger des explications crédibles à la pré-éminence de certains champs disciplinaires. Mais ces explications ont en partage le fait d'être essentiellement *internes* à la discipline, et aussi, malheureusement, de sembler difficiles à vérifier de manière bibliométrique. On peut par exemple proposer les points suivants.

- La facilité à énoncer des problèmes d'énoncé simples qui s'avèrent extrêmement difficiles. On peut imaginer que de brillants esprits peuvent être attirés dès l'enfance par la perspective de contribuer à résoudre des problèmes qui, tels le grand théorème de Fermat ou la conjecture des nombres premiers jumeaux, sont bien connus d'un très grand nombre mais résistent longtemps aux tentatives de résolution.
- Les développements historiques de la discipline sur la longue durée. On peut imaginer à nouveau que les champs disciplinaires qui paraissent les plus aboutis et les plus profonds attirent une part significative des étudiants les plus prometteurs et les plus ambitieux, et qu'ils continuent ainsi à se développer plus rapidement que d'autres.
- Les connexions entre champs disciplinaires des mathématiques, et entre certains champs disciplinaires et d'autres disciplines (par exemple la physique statistique, la physique mathématique, ou l'informatique théorique). De telles connexions peuvent apporter une lumière particulière sur certains problèmes et certains développements, dans la mesure où ils trouvent une résonance ailleurs. Elles peuvent aussi encourager la mobilité thématique, en convainquant les experts d'une sous-discipline à s'intéresser à une autre qui semble pouvoir leur apporter des outils conceptuels qui leur sont nécessaires.
- A l'opposé, on peut imaginer que certains champs disciplinaires souffrent d'une certaine fragmentation, avec des évolutions divergentes de certaines problématiques qui contribuent à un exode disciplinaire de ses experts vers d'autres champs.

Nous espérons que des travaux ultérieurs pourront confirmer ou infirmer le rôle de tels mécanismes.

**6.3. Le *focus* d'un champ.** La notion de focus, comme définie ci-dessus, n'est pas directement mesurable ou même rigoureusement définissable. On considérera un champ comme "focalisé" si :

- il est structuré autour d'un nombre limité de questions importantes (ou "conjectures"),
- les chercheurs actifs du domaine sont pour la plupart informés de ces questions,
- ils sont pour la plupart d'accord qu'un progrès sur l'une de ces questions marquerait un progrès significatif dans le champ.

La géométrie algébrique est un exemple d'un champ focalisé, avec un certain nombre de conjectures bien connues (par exemple l'hypothèse de Riemann, ou le grand théorème de Fermat jusqu'à sa démonstration en 1994)<sup>14</sup>.

Bien sûr, tous les champs des mathématiques produisent des questions et des problèmes. Mais tous ne sont pas capables également de produire des problèmes qui paraissent assez centraux ou essentiels pour attirer l'attention d'un groupe significatif de mathématiciens. Ces problèmes "centraux" peuvent apparaître pour tels parce qu'ils conditionnent des réponses à des problèmes importants – parfois dans des champs disciplinaires en apparence éloignés – ou parce qu'ils sont d'apparence simple mais que leur résolution nécessiterait la compréhension de notions qui échappent encore aux spécialistes.

A l'inverse, certains champs disciplinaires (par exemple la géométrie discrète ou la combinatoire) produisent des multitudes de problèmes tous intéressants, mais sans qu'aucun n'apparaisse "naturellement" comme plus important ou plus central que les autres. D'autres champs sont moins structurés autour d'un petit nombre de questions importantes, et attachent plus d'importance au développement de nouvelles méthodes utiles pour les applications.

La géométrie différentielle était probablement plus focalisée dans les années 1980 qu'elle ne l'est aujourd'hui, dans la mesure où un ensemble de conjectures centrales (les conjectures de Yamabe et de Calabi,

14. On pourra constater par exemple que la liste [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_conjectures](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_conjectures) donne une place significative à la géométrie algébrique, et en particulier à la théorie des nombres.

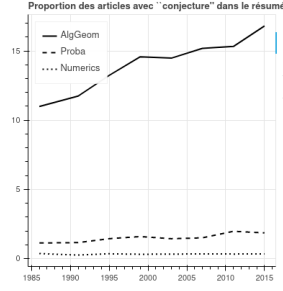


FIGURE 8. Proportion des articles pour lesquels le mot “conjecture” apparaît dans le résumé *Math Reviews*

la conjecture de géométrisation, etc) ont maintenant été prouvées. A l’opposé, on peut penser que les probabilités sont plus focalisées aujourd’hui qu’elles ne l’étaient, dans la mesure où certaines conjectures importantes ont émergé depuis les années 1980, en particulier grâce au lien avec la physique statistique (par exemple l’invariance conforme du modèle d’Ising à la température critique, qui a conduit à la médaille Fields de Stanislav Smirnov en 2010) ou par la cristallisation de problématiques internes (par exemple les propriétés d’auto-intersection du mouvement brownien, liée à la médaille Fields de Wendelin Werner en 2006).

Le “focus” d’un champ est certainement directement lié à l’attribution de prix scientifiques, comme les médailles Fields considérées dans la partie 3.1, puisque ces prix sont généralement attribués à des chercheurs qui ont résolu, ou progressé dans la compréhension, de problèmes importants. Il en est de même pour les publications dans les journaux dominants, considérés dans la partie 3.2, pour la même raison.

On propose une manière indirecte et assez grossière d’estimer le degré de focalisation d’un champ disciplinaire en mathématiques, en mesurant à quelle fréquence le mot “conjecture” apparaît dans l’entrée *Math Reviews* d’un article. (Les résultats sont obtenus directement depuis l’interface *mathscinet* à *Math Reviews*.)

Bien qu’encore partiels, ces données semblent confirmer la relation entre le degré de focalisation d’un champ, tel qu’il est estimé ici, et le statut des domaines des mathématiques, comme on les a vus plus haut.

#### REMERCIEMENTS

L’auteur remercie Pierre-Michel Menger, Yann Renisio et Pierre Verschueren pour de nombreuses discussions, remarques et commentaires utiles à la préparation de cet article, ainsi qu’à Frédérique Sachwald pour de nombreuses remarques utiles sur une version antérieure. Ce travail a aussi bénéficié de remarques constructives de Djalil Chafai, Michel Ledoux, Larry Smolinsky et Ursula Witcher.

Les résultats présentés ici n’auraient pas été possibles sans l’utilisation extensive de la base de données *Math Reviews*, dont la structuration remarquable autorise des analyses détaillées qui seraient impossible sans elle.

#### ANNEXE A. JOURNAUX CONSIDÉRÉS

Les tables 3, 4 et ?? indiquent les listes de journaux pris en compte ici, avec, pour chaque journal, un code, le nombre d’articles publiés, et le MCQ 2016.

| Journal name                               | Code            | # papers | MCQ 2016 |
|--|-----------------|----------|----------|
| ACM Trans. Math. Software                  | acmms           | 648      | 1.72     |
| Acta Math.                                 | acta            | 469      | 3.51     |
| Acta Numer.                                | actaNum         | 98       | 5.31     |
| Adv. Comput. Math.                         | advCompMath     | 978      | 0.91     |
| Adv. Differential Equations                | AdvDiffEq       | 379      | 1.07     |
| Adv. Math.                                 | advances        | 4243     | 1.52     |
| Adv. Nonlinear Stud.                       | AdvNLStud       | 466      | 0.88     |
| Adv. Theor. Math. Phys.                    | ATMP            | 316      | 0.96     |
| Adv. in Appl. Probab.                      | AdvApplProba    | 1925     | 0.64     |
| Adv. in Math.                              | advances        | 208      | 1.52     |
| Algebr. Geom. Topol.                       | agt             | 985      | 0.69     |
| Amer. J. Math.                             | ajm             | 1595     | 1.35     |
| Anal. PDE                                  | AnalPDE         | 321      | 1.88     |
| Ann. Appl. Probab.                         | AnnApplProba    | 1751     | 1.33     |
| Ann. Appl. Stat.                           | AnnApplStat     | 647      | 0.32     |
| Ann. Comb.                                 | annalsCombi     | 384      | 0.61     |
| Ann. Inst. H. Poincar'e Anal. Non Lin'aire | ihpan           | 1250     | 2.25     |
| Ann. Inst. H. Poincar'e Probab. Statist.   | ihpProba        | 1252     | 1.18     |
| Ann. Probab.                               | AnnProba        | 2881     | 1.77     |
| Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5)    | pisa            | 360      | 1.24     |
| Ann. Sci. 'Ecole Norm. Sup. (4)            | asens           | 846      | 2.17     |
| Ann. Statist.                              | AnnStat         | 3546     | 1.65     |
| Ann. of Math. (2)                          | annals          | 1547     | 3.81     |
| Appl. Comput. Harmon. Anal.                | acha            | 935      | 1.11     |
| Arch. Ration. Mech. Anal.                  | ARMA            | 1015     | 2.44     |
| Ark. Mat.                                  | arkiv           | 692      | 0.75     |
| Automatica J. IFAC                         | Automatica      | 3801     | 0.95     |
| Bernoulli                                  | bernoulli       | 1196     | 0.91     |
| Biometrika                                 | biometrika      | 2524     | 0.8      |
| Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)              | bams            | 974      | 0.74     |
| Calc. Var. Partial Differential Equations  | cvpde           | 500      | 1.65     |
| Chaos                                      | Chaos           | 1498     | 0.24     |
| Combin. Probab. Comput.                    | CombProbaComput | 1134     | 0.78     |
| Combinatorica                              | combinatorica   | 1256     | 0.88     |
| Comm. Math. Phys.                          | cmp             | 2578     | 1.45     |
| Comm. Partial Differential Equations       | commpde         | 2343     | 1.78     |
| Comm. Pure Appl. Math.                     | cpam            | 1452     | 2.85     |
| Comment. Math. Helv.                       | cmh             | 1146     | 1.03     |
| Compos. Math.                              | compositio      | 940      | 1.35     |
| Compositio Math.                           | compositio      | 1318     | 1.35     |
| Comput. Complexity                         | computcomp      | 414      | 0.41     |
| Constr. Approx.                            | constr          | 1013     | 1.0      |
| Discrete Comput. Geom.                     | dcg             | 2086     | 0.61     |
| Discrete Contin. Dyn. Syst.                | dcds            | 4087     | 0.8      |
| Duke Math. J.                              | compositio      | 2656     | 2.29     |

TABLE 3. List of journals considered

## RÉFÉRENCES

1. Robert Adler, John Ewing, and Peter Taylor, *Citation statistics : a report from the International Mathematical Union (IMU) in cooperation with the International Council of Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) and the Institute of Mathematical Statistics (IMS)*, Statistical Science **24** (2009), no. 1, 1–14.
2. Davide Castelvecchi and Barry Simon, *The mathematician who helped to reshape physics*, Nature **584** (2020), no. 7819, 20–20.
3. Aaron Clauset, Samuel Arbesman, and Daniel B Larremore, *Systematic inequality and hierarchy in faculty hiring networks*, Science advances **1** (2015), no. 1, e1400005.
4. Stephen Cole, *The hierarchy of the sciences ?*, American Journal of Sociology **89** (1983), no. 1, 111–139.
5. Auguste Comte, *Cours de philosophie positive : La philosophie astronomique et la philosophie de la physique*, vol. 2, Bachelier, 1835.
6. Pierre Dubois, Jean-Charles Rochet, and Jean-Marc Schlenker, *Productivity and mobility in academic research : Evidence from mathematicians*, Scientometrics **98** (2014), no. 3, 1669–1701, Working Paper IDEI 606 and TSE 10-160, May 2010.
7. Daniele Fanelli and Wolfgang Glänzel, *Bibliometric evidence for a hierarchy of the sciences*, PLoS one **8** (2013), no. 6.
8. Antonia Ferrer-Sapena, Enrique A Sánchez-Pérez, Fernanda Peset, Luis-Millán González, and Rafael Aleixandre-Benavent, *The impact factor as a measuring tool of the prestige of the journals in research assessment in mathematics*, Research evaluation **25** (2016), no. 3, 306–314.
9. Amanda L Golbeck, Colleen A Rose, and Thomas H Barr, *Fall 2017 departmental profile report*, Notices of the American Mathematical Society **66** (2019), no. 10, 1721–1730.
10. Lowell L Hargens, *Patterns of scientific research*, Washington, DC : American Sociological Association (1975).

| Journal name                                     | Code              | # papers | MCQ 2016 |
|--|-------------------|----------|----------|
| Dyn. Syst.                                       | DynSys            | 436      | 0.46     |
| Econometric Theory                               | EconTheory        | 478      | 0.25     |
| Econometrica                                     | econometrica      | 1622     | 0.85     |
| Electron. Comm. Probab.                          | ElectrCommunProba | 908      | 0.61     |
| Electron. J. Combin.                             | elecJComb         | 3070     | 0.52     |
| Electron. J. Probab.                             | ElectronJProba    | 1204     | 0.99     |
| Ergodic Theory Dynam. Systems                    | etds              | 949      | 0.91     |
| Expo. Math.                                      | expo              | 395      | 0.57     |
| Exposition. Math.                                | expo              | 340      | 0.57     |
| Finance Stoch.                                   | FinancStoch       | 495      | 1.26     |
| Geom. Funct. Anal.                               | gafa              | 1107     | 2.0      |
| Geom. Topol.                                     | geotopo           | 907      | 1.37     |
| IMA J. Numer. Anal.                              | imajna            | 1362     | 1.5      |
| Indiana Univ. Math. J.                           | indiana           | 2181     | 1.06     |
| Infin. Dimens. Anal. Quantum Probab. Relat. Top. | InfinDimAnal      | 642      | 0.6      |
| Inst. Hautes 'Etudes Sci. Publ. Math.            | ihes              | 280      | 4.2      |
| Int. Math. Res. Not.                             | irmn              | 3221     | 1.08     |
| Interfaces Free Bound.                           | interface         | 221      | 0        |
| Invent. Math.                                    | inventiones       | 2735     | 2.89     |
| Inverse Problems                                 | inverse           | 3397     | 1.24     |
| J. Algebra                                       | JAlgebra          | 4680     | 0.62     |
| J. Algebraic Geom.                               | jag               | 661      | 1.41     |
| J. Amer. Math. Soc.                              | bams              | 853      | 3.56     |
| J. Amer. Statist. Assoc.                         | JAmStatAssoc      | 3185     | 0.84     |
| J. Bus. Econom. Statist.                         | JBusEconStat      | 355      | 0.17     |
| J. Combin. Theory Ser. A                         | JCombThA          | 3072     | 1.01     |
| J. Combin. Theory Ser. B                         | JCombThB          | 2012     | 1.1      |
| J. Comput. Graph. Statist.                       | JComputGraphStat  | 330      | 0.4      |
| J. Cryptology                                    | cryptol           | 450      | 1.47     |
| J. Differential Equations                        | jde               | 6754     | 1.74     |
| J. Differential Geom.                            | jdj               | 1551     | 1.56     |
| J. Eur. Math. Soc. (JEMS)                        | jems              | 420      | 2.06     |
| J. Fluid Mech.                                   | JFluidMech        | 3467     | 0.16     |
| J. Funct. Anal.                                  | cmh               | 6113     | 1.31     |
| J. Geom. Phys.                                   | jGeomPhys         | 2843     | 0.64     |
| J. Lond. Math. Soc. (2)                          | jlms              | 896      | 1.04     |
| J. London Math. Soc. (2)                         | jlms              | 2328     | 1.04     |
| J. Math. Anal. Appl.                             | commnde           | 20090    | 0.8      |
| J. Math. Biol.                                   | JMathBio          | 962      | 0.75     |
| J. Math. Log.                                    | jmathlog          | 84       | 1.02     |
| J. Math. Pures Appl. (9)                         | jmpa              | 1326     | 1.8      |
| J. Mech. Phys. Solids                            | JMSS              | 1001     | 0.42     |
| J. Nonlinear Sci.                                | jnl               | 305      | 1.25     |
| J. R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol.          | JRStatSocB        | 515      | 1.83     |
| J. R. Stat. Soc. Ser. B. Stat. Methodol.         | JRSSB             | 190      | 1.67     |
| J. Reine Angew. Math.                            | crelle            | 3250     | 1.3      |

TABLE 4. List of journals considered, cont'd

11. Jean-Marc Schlenker, *The prestige and status of research fields within mathematics*, 2020, arXiv preprint arXiv :2008.13244.
12. Lawrence Smolinsky and Aaron Lercher, *Citation rates in mathematics : A study of variation by subdiscipline*, *Scientometrics* **91** (2012), no. 3, 911–924.
13. Lawrence Smolinsky and Aaron J Lercher, *Co-author weighting in bibliometric methodology and subfields of a scientific discipline*, arXiv preprint arXiv :2005.05471 (2020).
14. Lawrence Smolinsky, Daniel S Sage, Aaron J Lercher, and Aaron Cao, *Citations versus expert opinions : citation analysis of featured reviews of the american mathematical society*, *Scientometrics* **126** (2021), no. 5, 3853–3870.
15. Thomas D Snyder, Cristobal De Brey, and Sally A Dillow, *Digest of education statistics 2017, nces 2018-070.*, National Center for Education Statistics (2019).

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES, UNIVERSITÉ DU LUXEMBOURG

URL: [math.uni.lu/schlenker](https://math.uni.lu/schlenker)

Email address: [jean-marc.schlenker@uni.lu](mailto:jean-marc.schlenker@uni.lu)

”

'''