

# Numerische Aspekte bei der Berechnung von GRACE Schwerefeldern mit Hilfe des Ansatzes der differentiellen Gravimetrie

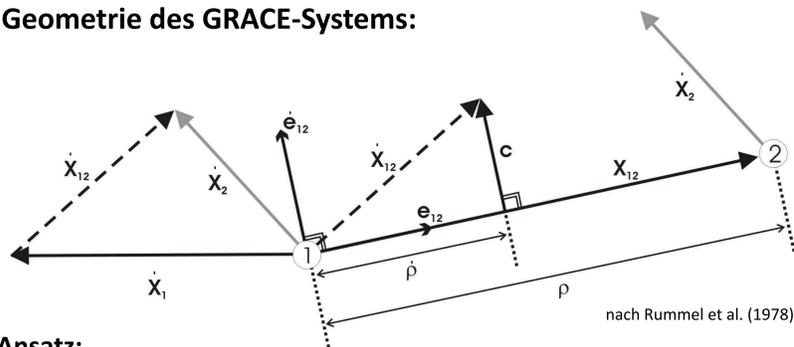
Matthias Weigelt, Wolfgang Keller

Geodätisches Institut der Universität Stuttgart  
[weigelt,keller]@gis.uni-stuttgart.de

## Zusammenfassung:

Das Poster behandelt verschiedene Aspekte der GRACE Prozessierung mittels des Ansatzes der differentiellen Gravimetrie (auch relativer Beschleunigungsansatz genannt). Bei dem Ansatz müssen die hochpräzisen K-Band Messungen mit den weniger genauen GPS-Messungen kombiniert werden. Zunächst muss dafür der Orbit verdichtet werden. Anschließend wird gezeigt, dass die gelieferten range-acceleration zusätzliches Rauschen induziert. Die Messgröße kann aber mit Hilfe einer einfachen numerischen Differentiation ersetzt werden. Die verbleibenden Restfehler können mit einer Filterung weiter reduziert werden. Die Filterung ist aber nicht trivial und momentan noch suboptimal.

## Geometrie des GRACE-Systems:



## Ansatz:

Relativgeschwindigkeit entlang line-of-sight:  $\dot{\rho} = \dot{\mathbf{x}}_{12}^T \mathbf{e}_{12}$

Zeitliche Ableitung:  $\ddot{\rho} = (\nabla V_2 - \nabla V_1)^T \mathbf{e}_{12} + \frac{1}{\rho} (\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|^2 - \dot{\rho}^2)$

Relative Beschleunigung entlang der line-of-sight unter Berücksichtigung aller bekannten gravitativen und nicht-gravitativen Kräfte:

$$(\nabla V_2 - \nabla V_1)^T \mathbf{e}_{12} = \ddot{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho} - \frac{\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|^2}{\rho} - \sum_i \mathbf{g}_i^T \mathbf{e}_{12}$$

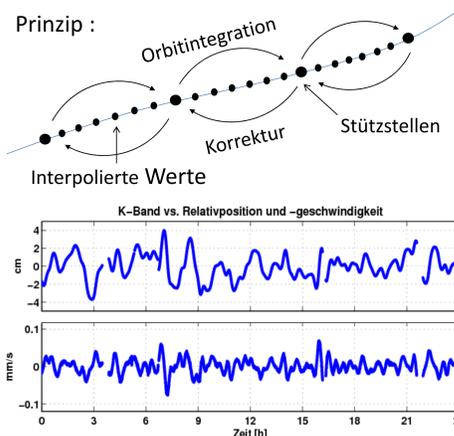
Ansatz verlangt die Kombination von GPS-Messungen und K-Band Messung.

## Orbitverdichtung:

Da das Sampling der GPS-Positionen (60s) sich vom Sampling der K-Band-Messung (5s) unterscheidet, ist eine Orbitverdichtung notwendig. Herkömmliche Interpolationsverfahren haben aber keine ausreichende Genauigkeit. Daher sind Alternativen notwendig, die weitestgehend auf einer Orbitintegration beruhen.

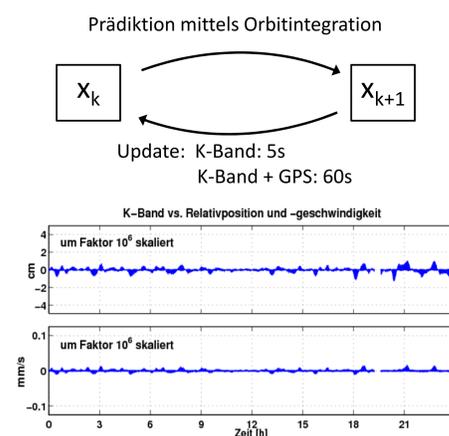
## Schießverfahren:

- Fixierung von Anfangs- und Endposition eines Bogenstücks
- Verbesserung der Anfangsgeschwindigkeit mittels eines nicht-linearen Löser (Levenberg-Marquart Algorithmus)
- Vorteil: einfache Umsetzung, wenige Iterationsschritte
- Nachteil: Fortpflanzung von Fehlern in Anfangs- und Endposition



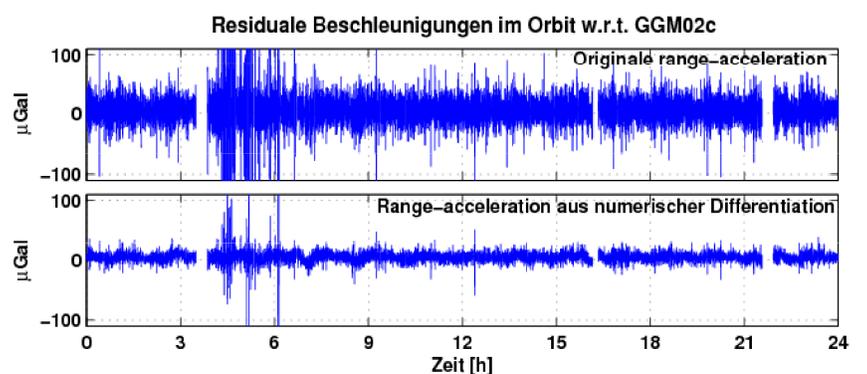
## Kalman-Filterung:

- Prädiktion mittels Orbitintegration
- Update mit Messungen aus GPS-Positionen und K-Band
- Verwendung von range und range-rate als Zwang an Zustandsvektor
- Vorteil: keine Iteration notwendig, Relativposition und -geschwindigkeit identisch mit range und range-rate
- Nachteil: kein Zwang an Absolutpositionierung, daher evtl. zusätzliches Rauschen induziert.



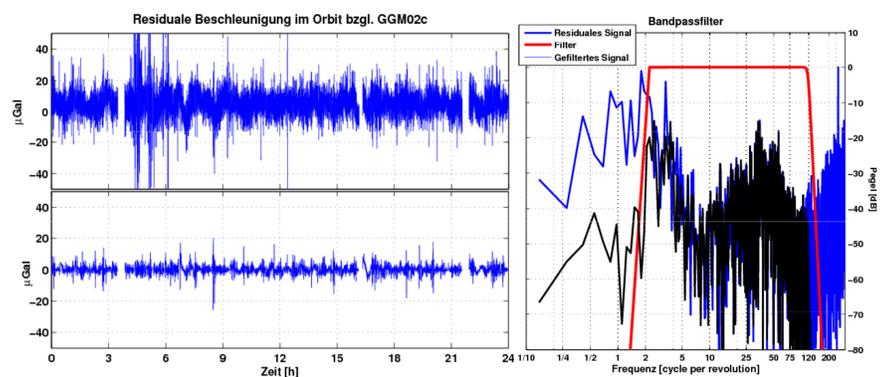
## Untersuchungen zur K-Band range-acceleration:

- Vergleich der gelieferten range-acceleration mit einer aus der range-rate durch numerische Differentiation abgeleiteten range-acceleration (Taylor-Differentiator mit Ordnung 3)
- Deutlich geringeres Rauschen in den residuale Beschleunigungen entlang des Orbits im Fall der numerischen Differentiation



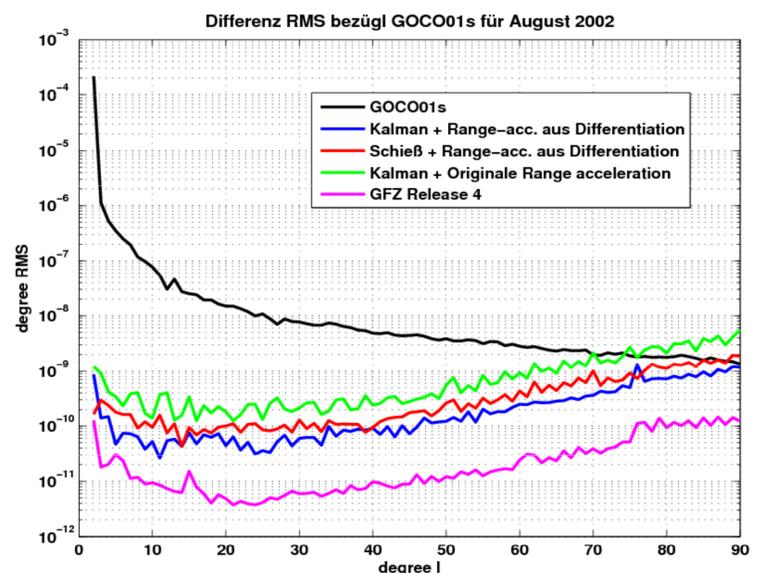
## Filterung:

- Filterung der Störsignale außerhalb des Messbandes notwendig
- Bandpassfilterung mit Butterworth IIR Filter (Ordnung 23)
- Momentan suboptimale Filterung, da das residuale Signal zu stark verändert wird



## Ergebnisse:

Kalman-Orbitverdichtung mit numerischer Differentiation liefert bestes Ergebnis. Es bleibt aber hinter der Monatslösung des GFZs zurück. Mögliche Ursachen sind der suboptimale Filter und eine ungenaue Orbitinformation trotz der Orbitverbesserung.



## Schlussfolgerung und Ausblick:

- Gelieferte range-acceleration induziert zusätzliches Rauschen. Ersetzung der range-acceleration durch eine numerisch abgeleitete range-acceleration liefert besseres Ergebnis.
- Kalman-Orbitverdichtung liefert besseres Ergebnis als Schießverfahren.
- Optimierung der Filterung ist notwendig.
- Frage einer ausreichenden Orbitbestimmung für diesen Ansatz bleibt offen.

## Quellenangabe:

- Rummel R., Ch. Reigber, K.H. Ilk, The use of satellite-to-satellite tracking for gravity recovery, 1978