

Modélisation d'un système de pension mixte : évaluation sur données luxembourgeoises

Jean-Daniel Guigou
Université du Luxembourg, LSF

Bruno Lovat
Université de Nancy 2, BETA UMR CNRS

Jang Schiltz
Université du Luxembourg, LSF

*50e Congrès annuel de la SCSE 2010
12, 13 et 14 mai 2010, Québec (Canada)*

1/ Le contexte général de l'étude

- Caractéristiques principales du système de pension luxembourgeois :
 - système par **répartition** + constitution d'une réserve (1,5 fois le montant des prestations annuelles).
 - taux de remplacement élevé (96 %).

- Détérioration inévitable de la situation dans les prochaines décennies.
- Pistes de réforme :
 - ajuster les paramètres d'équilibre du système par répartition
 - et/ou développer les systèmes complémentaires par capitalisation.

- Cette étude porte sur un système de pension mixte :
 - une base de données unique ;
 - une méthode statistique originale ;
 - un modèle théorique fondé sur le principe de diversification.

2/ Les données

- Les salaires des employés du secteur privé luxembourgeois de 1940 à 2006
- Le genre
- La nationalité et la résidence
- Le type du contrat de travail
- L'année de naissance
- L'âge au moment de la première embauche.

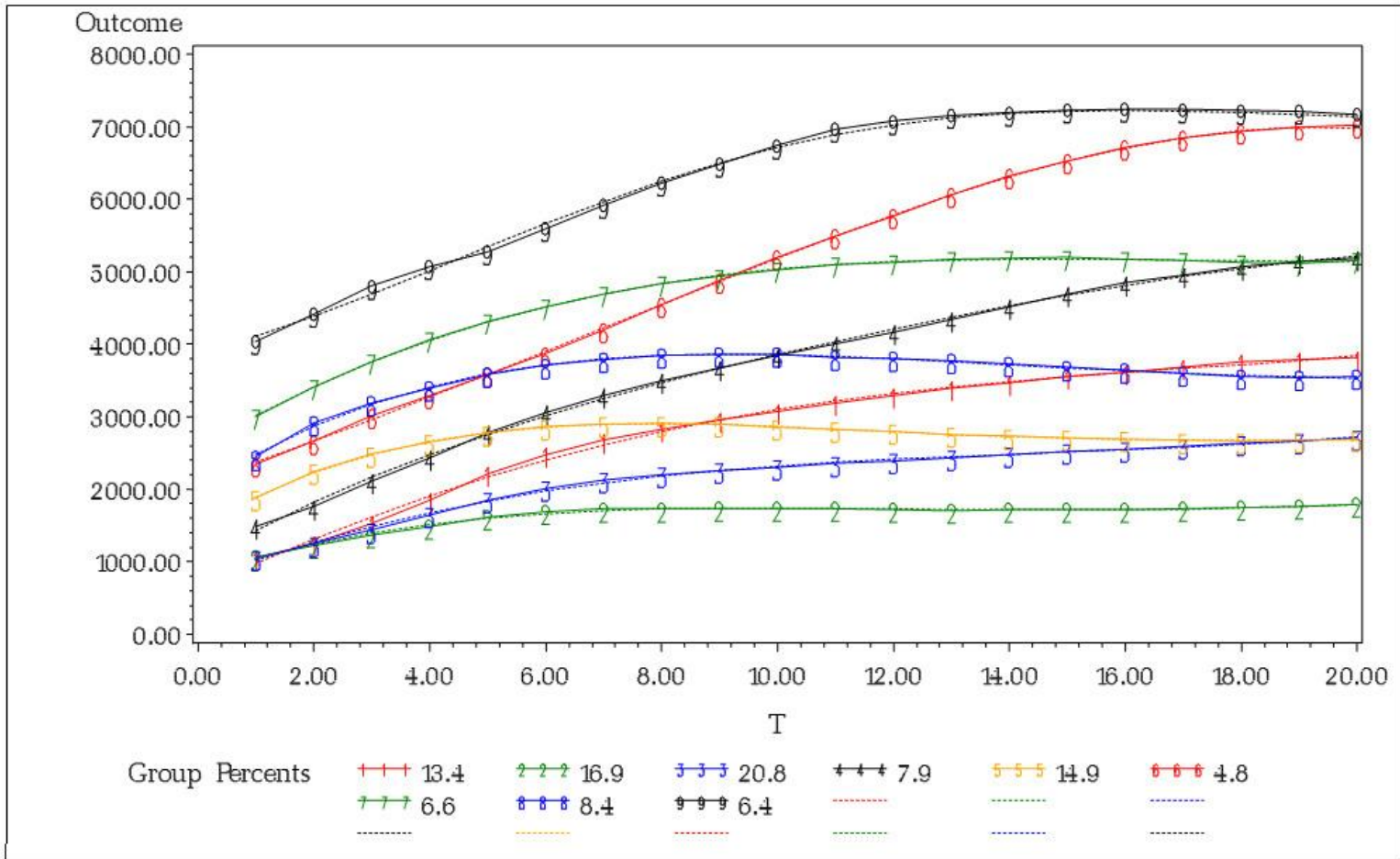
3/ Une méthode statistique fondée sur le regroupement

Le modèle de mélange semi-paramétrique de Nagin (Carnegie Mellon University) consiste à :

- observer un ensemble de trajectoires individuelles,
- diviser la population en sous-populations homogènes,
- estimer une trajectoire moyenne pour chaque sous-population, à l'aide de techniques du type : "maximum de vraisemblance".

$$L = \frac{1}{\sigma} \prod_{i=1}^N \sum_{j=1}^r \frac{e^{\theta_j}}{\sum_{j=1}^r e^{\theta_j}} \prod_{t=1}^{\tau} \phi \left(\frac{y_{it} - \beta^j x_{it}}{\sigma} \right).$$

4/ Les trajectoires de salaires



5/ Deux hypothèses

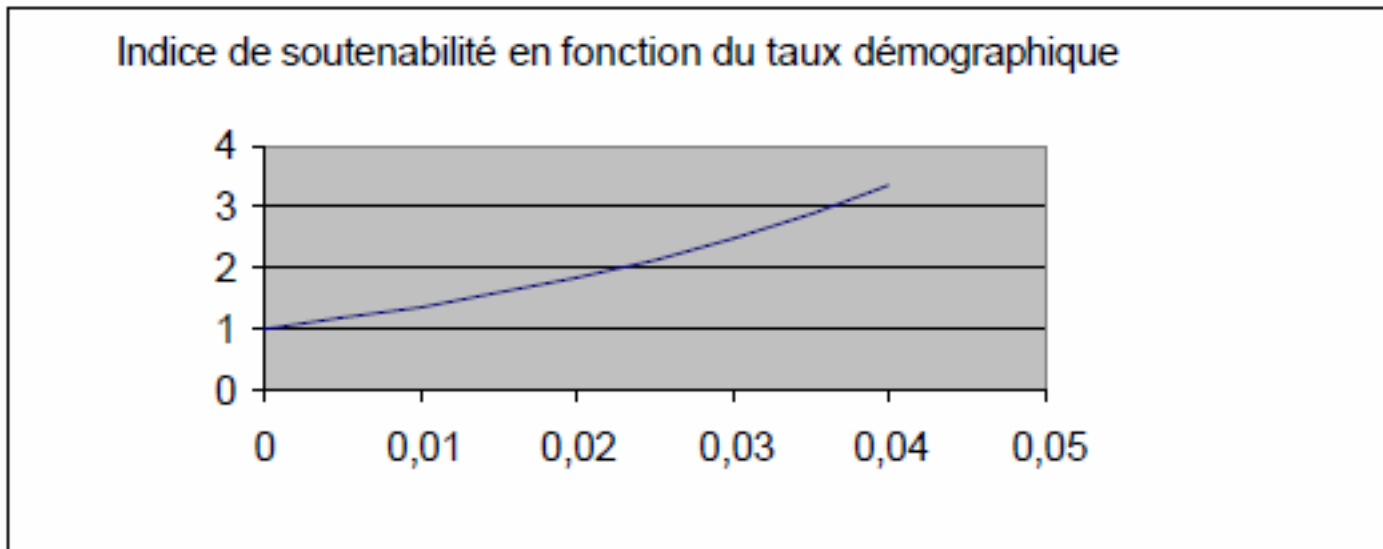
- Hypothèse 1. Chaque courbe de salaire varie avec un taux de croissance constant qui lui est propre.
- Hypothèse 2. A l'instant t , soit N_0 le nombre d'individus entrant dans la vie active et N_t le nombre de personnes ayant t années d'ancienneté :

$$N_t = \frac{N_0}{(1+d)^t}$$

avec d le taux démographique intergénérationnel.

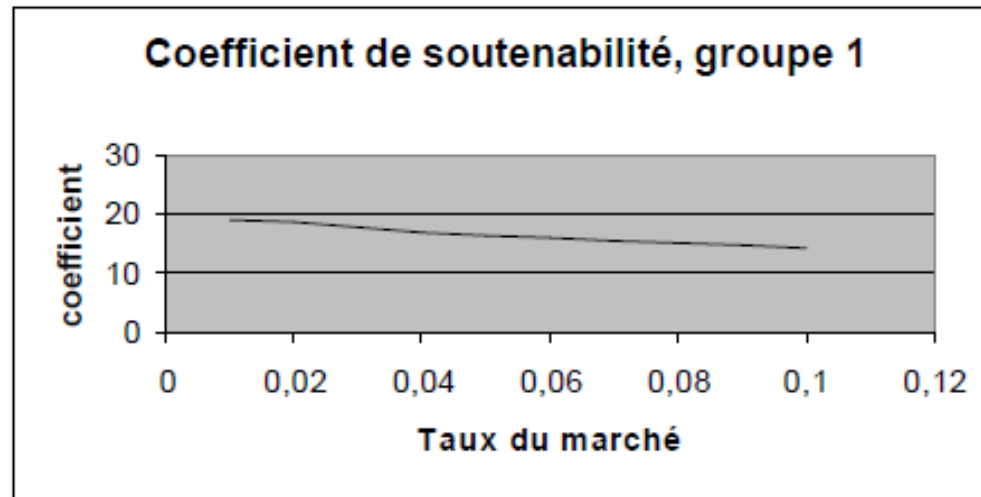
6/ La répartition ou le risque démographique

$$\tau_1 = \frac{S_0 + \dots + \frac{S_T}{(1+d)^T}}{\frac{k}{(1+d)^{T+1}} P_{T+1} + \dots + \frac{k}{(1+d)^{T+S}} P_{T+S}}$$



7/ La capitalisation ou le risque financier

$$\tau_2 = \frac{S_j(1+i)^{T-1} + S_j(1+i)^{T-2}(1+\lambda_j) + \dots + S_j(1+\lambda_j)^{T-1}}{a_j(1+i)^{T-1} + \dots + a_j}$$



8/ Une approche mixte : répartition-capitalisation

- Logique de portefeuille

	Répartition	Capitalisation
Risque démographique	Elevé	Faible
Risque financier	Faible	Elevé

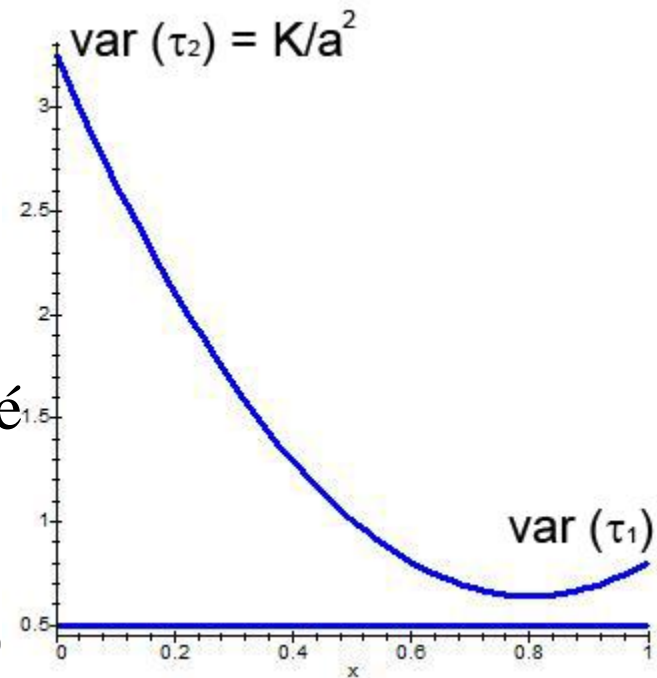
Coefficient de soutenabilité global

$\tau(\mathbf{x}) = \mathbf{x}\tau_1 + (1-\mathbf{x})\tau_2$ (t est une moyenne construite sur t1 et t2)

Soit un individu I appartenant au groupe 1 et réalisant déjà une épargne de 2000 €.

Soit x la part liée à la répartition dans le calcul du coefficient de soutenabilité $\tau(\mathbf{x})$.

On montre que les points $(x, \text{var } \tau(\mathbf{x}))$ sont sur une parabole.



9/ Gain de soutenabilité et épargne optimale

$$G(x) = \frac{\text{var}(\tau_1) - \text{var}[\tau(x)]}{\text{var}(\tau_1)}$$

mesure le gain en soutenabilité du régime mixte par rapport au régime par répartition.

On suppose que l'utilité présente d'un individu actif $U = U(a)$ est fonction décroissante de a .

10/ Gain de soutenabilité et épargne optimale

Théorème . Le partage répartition-capitalisation $x = x^*$ pour lequel l'utilité U est maximale sous la contrainte de soutenabilité :

$$G(x) \geq G^*$$

est obtenu pour $x^* = 1 - G^*$ et nécessite de l'individu, une épargne constante :

$$a^* = \sqrt{\frac{G^* K}{\text{var}(\tau_1)(1 - G^*)}} .$$

Où $K = \text{Var} \left[\frac{S_j}{(i - \lambda_j)} i \frac{(1+i)^T - (1+\lambda_j)^T}{(1+i)^T - 1} \right]$ dépend de la trajectoire des salaires.

11/ Un exemple

Un individu désirant diviser par deux la variabilité du taux de soutenabilité qui est le sien en répartition pure, ne peut y parvenir que si les annuités qu'il épargne sont au moins égales aux valeurs indiquées dans le tableau suivant (gain de soutenabilité G^* de 50 %) :

Groupe	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9
Annuité	4466 €	713 €	1448 €	5231 €	220 €	6364 €	2809 €	743 €	3140 €